

Modélisation des actions mécaniques

1) OBJECTIFS	3
2) ACTIONS MECANIQUES : GENERALITES	3
21) MISE EN EVIDENCE.	3
22) DEFINITION D'UNE AM.	3
23) CLASSIFICATION DES AM.	3
<i>Les actions mécaniques de contact (qui agissent sur la surface).</i>	3
<i>Les actions mécaniques à distance (qui agissent sur le volume).</i>	3
24) MODELISATION LOCALE ET GLOBALE DES AM.	4
<i>Modèle local réalisé par des champs de vecteurs $\overrightarrow{dF}(Q)$.</i>	4
<i>Modèle global réalisé par des champs de torseurs.</i>	4
1 ^{ère} étape : Notion de résultante : $\overrightarrow{R}_{\text{pièce} \rightarrow \text{doigt}} = \int_D \overrightarrow{dF}_{\text{pièce} \rightarrow \text{doigt}}(Q)$	4
2 ^{ème} étape : Notion de moment résultant : $\overrightarrow{M}_{O, \text{pièce} \rightarrow \text{doigt}} = \int_D \overrightarrow{OQ} \wedge \overrightarrow{dF}_{\text{pièce} \rightarrow \text{doigt}}(Q)$. .	5
Bilan : Torseur de l'action mécanique globale.....	5
Remarque : Calcul du moment d'un glisseur par la méthode du « bras de levier ».....	5
3) ACTION MECANIQUE A DISTANCE : CAS DE LA PESANTEUR	6
31) HYPOTHESE DU SOLIDE HOMOGENE : $\rho(Q) = \rho = \text{cste}$	6
32) MODELE LOCAL : $\overrightarrow{dF}_{\text{pes} \rightarrow 1}(Q) = \rho(Q) \cdot \vec{g} \cdot dv$	6
33) MODELE GLOBAL.	6
<i>Notion de poids : $\overrightarrow{R}_{\text{pes} \rightarrow 1} = m \cdot \vec{g}$.</i>	6
<i>Notion de centre de gravité : $V \cdot \overrightarrow{OG} = \int_{\text{volume}} \overrightarrow{OQ} \cdot dv$.</i>	6
Expression globale : $\left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{I}_{\text{pes} \rightarrow 1} \\ \overrightarrow{G} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} m \cdot \vec{g} \\ \vec{0} \end{array} \right\}$	6

4) ACTION MECANIQUE DE CONTACT.....	7
41) NOTION D'ADHERENCE ET FROTTEMENT.....	7
42) MODELISATION DES ACTIONS MECANQUES DE CONTACT SURFACIQUE.....	7
<i>Mise en évidence : Comportement d'un colis sous une poussée latérale \vec{F}</i>	7
Colis au repos.....	7
Adhérence (équilibre stable).....	7
Adhérence limite (équilibre strict ou instable).....	7
Frottement (glissement).....	7
Récapitulatif sur l'évolution des actions tangentielles d'adhérence T_a et de frottement T_f	8
<i>Modèle local : Lois de Coulomb</i>	8
Cas de l'adhérence (équilibre stable).....	8
Cas de l'adhérence limite (équilibre strict ou instable).....	8
Cas du frottement (glissement).....	8
Coefficients d'adhérence et de frottement : μ	9
<i>Modèle global</i>	9
43) MODELISATION DES ACTIONS MECANQUES DE CONTACT PONCTUEL.....	9
1 ^{er} cas : Aucun mouvement ni de tendance au mouvement.....	10
2 ^{ème} cas : Glissement ou tendance au glissement (Rappel des lois de Coulomb).....	10
3 ^{ème} cas : Pivotelement ou tendance au pivotelement.....	10
4 ^{ème} cas : Roulement ou tendance au roulement.....	10
Cas général : Combinaison de tous les mouvements ou tendance aux mouvements.....	10
44) MODELISATION DES AM DE CONTACT AVEC L'HYPOTHESE SANS FROTTEMENT/ADHERENCE.	11
<i>Choix de la prise en compte ou non de ces résistances au mouvement</i>	11
<i>Modélisation locale des actions mécaniques de contact surfacique sans frottement/adhérence</i>	11
<i>Modélisation des actions mécaniques de contact ponctuel sans frottement/adhérence</i>	11
<i>Bilan</i>	11
5) ACTION MECANIQUE TRANSMISSIBLE PAR UNE LIAISON PARFAITE.	12
51) OBJECTIF.....	12
52) RAPPEL SUR LES LIAISONS PARFAITES.....	12
53) DUALITE TORSEUR CINEMATIQUE / TORSEUR DE L'ACTION MECANIQUE TRANSMISSIBLE PAR UNE LIAISON PARFAITE.....	12
<i>Étude de l'action mécanique transmissible par une glissière</i>	12
<i>Généralisons</i>	12
54) TABLEAU GENERAL DES TORSEURS CINEMATIQUE ET DE L'ACTION MECANIQUE TRANSMISSIBLE PAR UNE LIAISON PARFAITE.....	13
<i>Complète ou encastrement</i>	13
<i>Glissière de direction \vec{x}</i>	13
<i>Appui plan de normale \vec{z}</i>	13
<i>Linéaire rectiligne de ligne de contact (O, \vec{x}) et de normale \vec{z}</i>	13
<i>Ponctuelle de point de contact O et de normale \vec{z}</i>	13
<i>Pivot glissant d'axe (O, \vec{x})</i>	14
<i>Pivot d'axe (O, \vec{x})</i>	14
<i>Hélicoïdale d'axe (O, \vec{x}) et de pas p</i>	14
<i>Rotule de centre O</i>	14
<i>Rotule à doigt de centre O et de rotation interdite (O, \vec{y})</i>	14
<i>Linéaire annulaire de centre O et de direction \vec{x}</i>	14

On supposera comme dans le chapitre précédent que les solides sont géométriquement parfaits et indéformables.

1) Objectifs.

Tout mécanisme est dimensionné pour pouvoir être utilisé pendant un temps donné.

Or, la durée de vie d'une pièce dépend généralement :

- de l'environnement dans lequel elle se trouve,
- de ses dimensions,
- du matériau utilisé,
- mais aussi des actions appliquées sur celle-ci,
- ...

Ces actions peuvent être mesurées mais cela demande :

- la construction d'un prototype,
- la mise en place d'un laboratoire de mesure,
- ...

} \Rightarrow trop coûteux

On va donc essayer de « PRÉVOIR » les actions appliquées sur un mécanisme en utilisant des modèles mathématiques et des lois physiques.

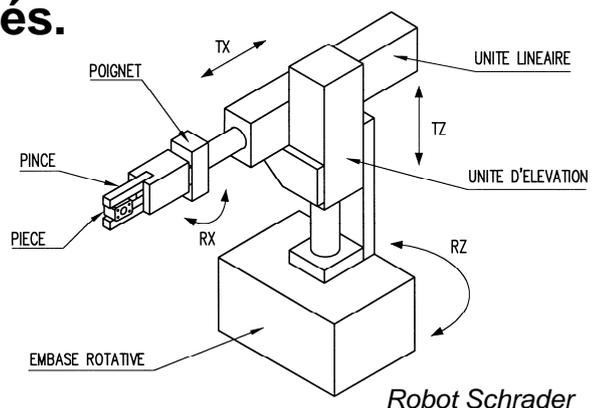
2) Actions mécaniques : Généralités.

21) Mise en évidence.

Tout système est en permanence soumis à des actions.

Exemple de la pince Schrader :

L'action du poignet sur la pince, l'action de la pièce sur la pince...



Robot Schrader

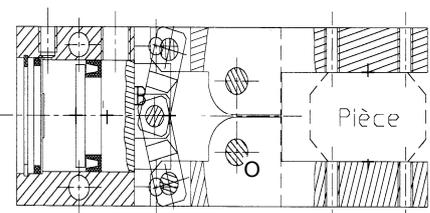
22) Définition d'une AM.

On appelle Action Mécanique (notée AM) toute cause capable :

- de maintenir un corps au repos,
- de créer ou modifier un mouvement,
- de déformer un corps.

} Modèle global (voir page 4)

} Modèle local (voir page 4)



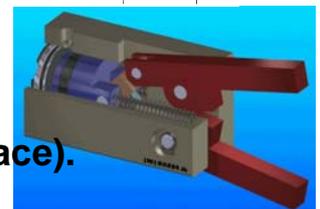
23) Classification des AM.

On distingue :

Les actions mécaniques de contact (qui agissent sur la surface).

Elles s'appliquent directement sur la surface du solide (action ponctuelle ou surfacique).

- Exemples :
- Entre deux solides (action de liaison).
 - Entre un solide et un fluide (action de pression)...



Pince Schrader seule

Les actions mécaniques à distance (qui agissent sur le volume).

Elles s'exercent au niveau de son volume (action volumique).

- Exemples :
- Attraction terrestre (action de la pesanteur).
 - Champ magnétique d'un aimant (action magnétique)...

24) Modélisation locale et globale des AM.

L'étude des actions mécaniques repose sur des modèles différents suivant l'objectif recherché.

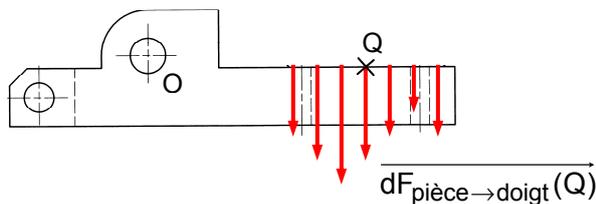
Modèle local réalisé par des champs de vecteurs $\overrightarrow{dF(Q)}$.

Principe de ce modèle : Représenter localement toutes les **actions mécaniques élémentaires** en tout point Q où elles agissent : c'est-à-dire sur un volume élémentaire dV ou une surface élémentaire dS .

Objectif de ce modèle : Etudier des pressions de contact, et des déformations de solides (notions qui sortent du cadre de votre programme)

Modélisation par un champ de vecteurs $\overrightarrow{dF(Q)}$:

Exemple de l'action mécanique élémentaire de contact de la pièce sur le doigt de la pince :



Cette action mécanique élémentaire est modélisée en son point d'application Q **par un vecteur lié**

$\overrightarrow{dF_{\text{pièce} \rightarrow \text{doigt}}(Q)}$ dont les caractéristiques sont :

- un point d'application Q,
- une direction,
- un sens,
- une intensité dont l'unité est le NEWTON (N).

Modèle global réalisé par des champs de torseurs.

Principe de ce modèle : Représenter globalement les **actions mécaniques** (dans le cas de solides indéformables).

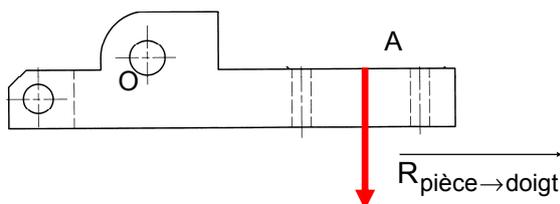
Objectif de ce modèle : Etudier l'équilibre ou le mouvement (avec actions mécaniques) de solides indéformables.

Cette représentation fait disparaître l'effet local, mais est très efficace pour appliquer les lois de la Mécanique : Principes fondamentaux de la Statique (PFS) ou de la Dynamique (PFD).

Modélisation par un champ de torseurs (résultante + moment) :

1^{ère} étape : Notion de résultante : $\overrightarrow{R_{\text{pièce} \rightarrow \text{doigt}}} = \int_D \overrightarrow{dF_{\text{pièce} \rightarrow \text{doigt}}(Q)}$.

Exemple de l'action mécanique de contact de la pièce sur le doigt de la pince :



Cette action mécanique est modélisée en un point particulier A **par un vecteur lié** $\overrightarrow{R_{\text{pièce} \rightarrow \text{doigt}}}$ (**appelée résultante**) dont les caractéristiques sont :

- un point d'application A,
- une direction,
- un sens,
- une intensité dont l'unité est le NEWTON (N).

$$\boxed{\overrightarrow{R_{\text{pièce} \rightarrow \text{doigt}}} = \int_D \overrightarrow{dF_{\text{pièce} \rightarrow \text{doigt}}(Q)}} \quad (\overrightarrow{R_{\text{pièce} \rightarrow \text{doigt}}} \text{ est la somme de tous les petits } \overrightarrow{dF_{\text{pièce} \rightarrow \text{doigt}}(Q)})$$

où D est le domaine sur lequel s'exercent les actions mécaniques élémentaires (une surface ou un volume).

2^{ème} étape : Notion de moment résultant :
$$\vec{M}_{O,pièce \rightarrow doigt} = \int_D \vec{OQ} \wedge d\vec{F}_{pièce \rightarrow doigt}(Q).$$

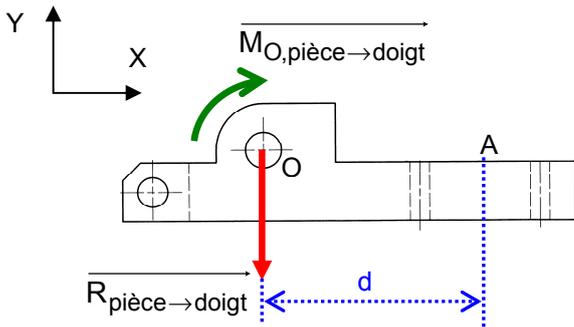
La modélisation de l'action mécanique par une résultante en 1 point particulier est :

- **suffisante pour un point appartenant au support de l'action**, puisqu'elle prend en compte l'action de tirer ou pousser.
- **insuffisante pour un point n'appartenant pas au support de l'action**, puisqu'elle ne prend pas en compte l'action de tordre, tourner, visser ou dévisser.

En effet si on s'intéresse à l'effet de l'action mécanique précédente au point O, celle-ci a tendance à :

- pousser le doigt dans une direction verticale parallèle à $\vec{R}_{pièce \rightarrow doigt}$.
- faire tourner le doigt autour de l'axe z.

Par conséquent, nous modéliserons l'action mécanique de la pièce → doigt en O :



- ✓ par une **résultante** $\vec{R}_{pièce \rightarrow doigt}$ **qui a tendance à pousser dans une direction** (résultante inchangée par rapport à celle modélisée en A)
- ✓ et par un 2^{ème} vecteur lié (appelée **moment** et notée $\vec{M}_{O,pièce \rightarrow doigt}$ **qui a tendance à faire tourner autour d'un axe** et dont les caractéristiques sont :
 - un point d'application,
 - une direction,
 - un sens,
 - une intensité dont l'unité est le NEWTON MÈTRE (N.m).

$$\vec{R}_{pièce \rightarrow doigt} = \int_D d\vec{F}_{pièce \rightarrow doigt}(Q) \quad \text{et} \quad \vec{M}_{O,pièce \rightarrow doigt} = \int_D \vec{OQ} \wedge d\vec{F}_{pièce \rightarrow doigt}(Q)$$

où D est le domaine sur lequel s'exercent les actions mécaniques élémentaires (une surface ou un volume).

Bilan : Torseur de l'action mécanique globale.

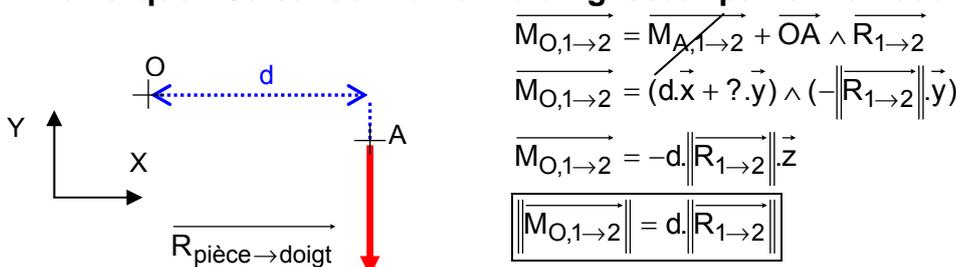
Lorsque l'on s'intéresse, pour une résultante, à un point différent d'un des points de son support, on dit que la résultante induit un moment par rapport à ce point. Ainsi, pour traduire avec précision les effets d'une action mécanique en n'importe quel point d'un solide, il faut caractériser cette action mécanique par une Résultante et un Moment (ceux-ci pouvant être nul). C'est pourquoi, nous utiliserons l'outil mathématique qui permet de regrouper ces 2 informations : le torseur.

Le torseur d'action mécanique est **défini en un point donné** par ces « **deux éléments de réduction** » :

- une résultante \vec{R} indépendante du point d'expression du torseur.
- un moment \vec{M} fonction du point choisi.

$$\left\{ \begin{matrix} \vec{T}_{1 \rightarrow 2} \\ \vec{R}_{1 \rightarrow 2} \\ \vec{M}_{O,1 \rightarrow 2} \end{matrix} \right\}_O = \left\{ \begin{matrix} \int_D d\vec{F}_{1 \rightarrow 2}(Q) \\ \int_D \vec{OQ} \wedge d\vec{F}_{1 \rightarrow 2}(Q) \end{matrix} \right\}_O$$

Remarque : Calcul du moment d'un glisseur par la méthode du « bras de levier ».



d est appelé bras de levier (distance entre le point O et le support de la résultante au point A).

3) Action mécanique à distance : Cas de la pesanteur.

31) Hypothèse du solide homogène : $\rho(Q) = \rho = \text{cste}$.

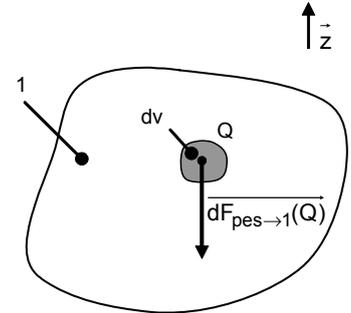
$\forall Q \in \text{solide}$, la masse volumique reste constante : $\rho(Q) = \rho = \text{cste}$
(Hypothèse qui n'est pas valable pour du béton par exemple)

32) Modèle local : $d\vec{F}_{\text{pes} \rightarrow 1}(Q) = \rho(Q) \cdot \vec{g} \cdot dv$.

Soit un solide 1, de volume V , placé dans le champ de pesanteur \vec{g} tel que $\vec{g} = -g \cdot \vec{z}$ (Par défaut, on prend : $\|\vec{g}\| = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$).

Le champ de la pesanteur est orienté suivant la verticale descendante. Il produit en tout point Q du solide 1 une action mécanique élémentaire $d\vec{F}_{\text{pes} \rightarrow 1}(Q)$ proportionnelle au volume élémentaire dv entourant Q :

$$\boxed{d\vec{F}_{\text{pes} \rightarrow 1}(Q) = \rho(Q) \cdot \vec{g} \cdot dv = \rho \cdot \vec{g} \cdot dv} \quad (\text{car solide homogène})$$



NB : Pour les solides dont une dimension est négligeable (plaque) ou pour les solides unidimensionnels (fil), l'élément élémentaire est une surface (ds) ou une ligne (dl).

33) Modèle global.

Notion de poids : $\vec{R}_{\text{pes} \rightarrow 1} = m \cdot \vec{g}$.

Selon la définition d'une résultante : $\vec{R}_{\text{pes} \rightarrow 1} = \int_{\text{volume}} d\vec{F}_{\text{pes} \rightarrow 1}(Q) = \int_{\text{volume}} \rho \cdot \vec{g} \cdot dv = \rho \cdot \vec{g} \cdot \left(\int_{\text{volume}} dv \right) = \rho \cdot \vec{g} \cdot V = m \cdot \vec{g}$
(poids du solide 1 noté parfois \vec{P}_1)

Notion de centre de gravité : $V \cdot \vec{OG} = \int_{\text{volume}} \vec{OQ} \cdot dv$.

Selon la définition d'un moment : $\vec{M}_{O, \text{pes} \rightarrow 1} = \int_{\text{volume}} \vec{OQ} \wedge d\vec{F}_{\text{pes} \rightarrow 1}(Q) = \int_{\text{volume}} (\vec{OQ} \wedge \rho \cdot \vec{g}) \cdot dv = \left(\int_{\text{volume}} \vec{OQ} \cdot dv \right) \wedge \rho \cdot \vec{g}$

Pour simplifier l'expression de ce moment, on choisit de l'exprimer non au point O mais en un point G , tel

que $\int_{\text{volume}} \vec{GQ} \cdot dv = \vec{0}$. Ainsi en ce point G , $\vec{M}_{G, \text{pes} \rightarrow 1} = \left(\int_{\text{volume}} \vec{GQ} \cdot dv \right) \wedge \rho \cdot \vec{g} = \vec{0}$.

Le point G peut être également défini en faisant intervenir le point O , origine du repère :

$$\vec{0} = \int_{\text{volume}} \vec{GQ} \cdot dv = \int_{\text{volume}} (\vec{GO} + \vec{OQ}) \cdot dv = \int_{\text{volume}} \vec{GO} \cdot dv + \int_{\text{volume}} \vec{OQ} \cdot dv = V \cdot \vec{GO} + \int_{\text{volume}} \vec{OQ} \cdot dv \Rightarrow \boxed{V \cdot \vec{OG} = \int_{\text{volume}} \vec{OQ} \cdot dv}$$

Le point G ainsi défini, appelé centre de gravité, est le barycentre des points Q chacun pondéré du facteur dv .

Expression globale : $\left\{ \vec{I}_{\text{pes} \rightarrow 1} \right\}_G = \left\{ \begin{matrix} m \cdot \vec{g} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}$.

Le torseur de la pesanteur est donc un torseur glisseur dont l'expression la plus simple est obtenue en G . L'axe central du torseur passe par le centre de gravité et est vertical.

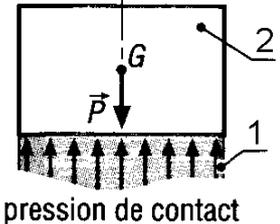
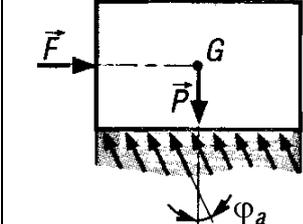
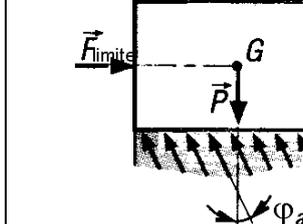
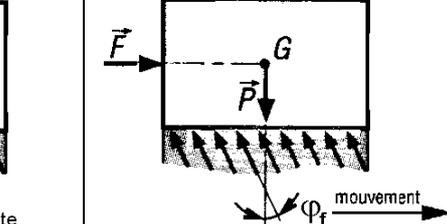
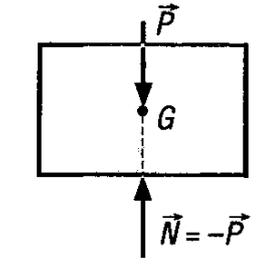
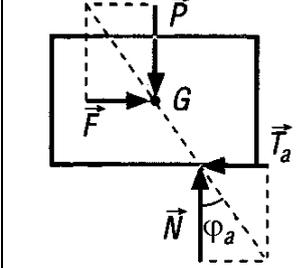
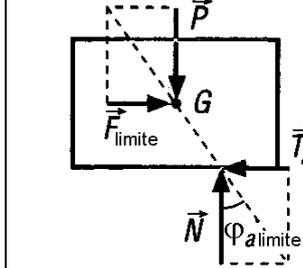
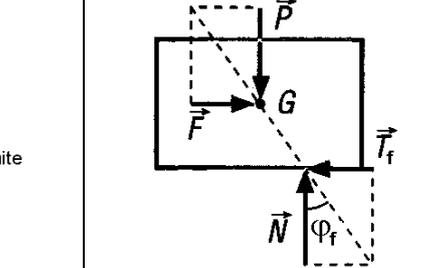
4) Action mécanique de contact.

41) Notion d'adhérence et frottement.

- 1/ Le frottement ou l'adhérence sont des phénomènes qui tendent à s'opposer au mouvement ou, à la tendance au mouvement relatif de 2 pièces en contact.
- 2/ S'il existe un mouvement relatif entre les 2 pièces en contact, on dit qu'il y a frottement.
- 3/ S'il existe une tendance au mouvement relatif entre les 2 pièces en contact (mais sans mouvement...), on dit qu'il y a adhérence.
- 4/ L'équilibre strict se situe juste avant le mouvement (il n'y a pas encore de mouvement).

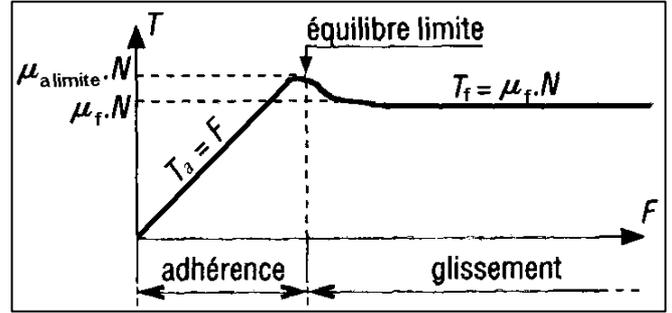
42) Modélisation des actions mécaniques de contact surfacique.

Mise en évidence : Comportement d'un colis sous une poussée latérale \vec{F} .

$\vec{F} = \vec{0}$	\vec{F} faible	$\vec{F} = \vec{F}_{limite}$	$\vec{F} > \vec{F}_{limite}$
Colis au repos	Adhérence (équilibre stable)	Adhérence limite (équilibre strict ou instable)	Frottement (glissement)
Vitesse de glissement $\vec{V}_g = \vec{0}$			$\vec{V}_g \neq \vec{0}$
Lorsque qu'une action F tend à faire glisser le colis/sol, il existe une action tangentielle d'adhérence T_a (égale et opposée à F) qui s'oppose à la tendance au glissement. Cette action tangentielle d'adhérence va faire incliner l'action du sol→colis d'un angle φ_a par rapport à la normale. Si F devient trop grand, le colis se mettra à glisser. Donc, cette action tangentielle d'adhérence a une limite $T_a limite$ (égale et opposée à F_{limite}) à partir de laquelle l'opposition au glissement ne sera plus suffisante.			Le colis se met à glisser sur le sol dans le même sens que F . Il existe une action tangentielle de frottement T_f (quasi constante) $< F$ qui s'oppose au glissement.
 <p>pression de contact</p>	 <p>φ_a</p>	 <p>$\varphi_{a\ limite}$</p>	 <p>mouvement</p>
 <p>$\vec{N} = -\vec{P}$</p>	 <p>\vec{T}_a φ_a</p>	 <p>$\vec{T}_{a\ limite}$ $\varphi_{a\ limite}$</p>	 <p>\vec{T}_f φ_f</p>
$\vec{N} = -\vec{P}$			
	$\vec{T}_a = -\vec{F}$	$\vec{T}_{a\ limite} = -\vec{F}_{limite}$	$\vec{T}_f = \text{constant}$ et $T_f < T_{a\ limite}$ Le glissement se fera à vitesse : - uniforme si $F = T_f$. - accélérée si $F > T_f$.
	angle d'adhérence $\varphi_a < \varphi_{a\ limite}$	angle d'adhérence limite $\varphi_{a\ limite}$	angle de frottement $\varphi_f < \varphi_{a\ limite}$
	$\tan \varphi_a = \frac{T_a}{N}$	$\mu_{a\ limite} = \tan \varphi_{a\ limite} = \frac{T_{a\ limite}}{N} = \text{cste}$ avec $\mu_{a\ limite}$ coef. d'adhérence	$\mu_f = \tan \varphi_f = \frac{T_f}{N} = \text{cste}$ avec μ_f coef. de frottement

Récapitulatif sur l'évolution des actions tangentielles d'adhérence T_a et de frottement T_f .

L'action tangentielle de frottement T_f est à l'origine des pertes d'énergie par frottement.
 Si l'objet est arrêté il faudra, pour le remettre en mouvement, fournir une action $F > \mu_{a\text{ limite}} \cdot N$.
 Les différentes phases sont résumées sur le graphique :



Modèle local : Lois de Coulomb.

Les lois de Coulomb permettent de faire la synthèse du paragraphe « mise en évidence » au niveau local. Soient deux solides S1 et S2 en contact sur une surface S.

L'action mécanique élémentaire $\overrightarrow{dF_{1 \rightarrow 2}}(Q)$ de S1 sur S2 au point Q se projette sur la normale et dans le plan tangent commun à S1 et S2 en Q telle que : $\overrightarrow{dF_{1 \rightarrow 2}}(Q) = dN_{1 \rightarrow 2}(Q) + dT_{1 \rightarrow 2}(Q)$

où $dN_{1 \rightarrow 2}(Q)$ caractérise l'action élémentaire de pression (normale au contact) $\|dN_{1 \rightarrow 2}(Q)\| = p(Q) \cdot ds$

$dT_{1 \rightarrow 2}(Q)$ caractérise l'action élémentaire de résistance au glissement (tangent au contact) $\|dT_{1 \rightarrow 2}(Q)\| \leq \mu_{a\text{ limite}} \|dN_{1 \rightarrow 2}(Q)\|$

Cas de l'adhérence (équilibre stable)	Cas de l'adhérence limite (équilibre strict ou instable)	Cas du frottement (glissement)
Vitesse de glissement $\overrightarrow{V_{Q \in 2/1}} = \vec{0}$	Vitesse de glissement $\overrightarrow{V_{Q \in 2/1}} = \vec{0}$	Vitesse de glissement $\overrightarrow{V_{Q \in 2/1}} \neq \vec{0}$
φ_a (angle d'adhérence)	$\varphi_{a\text{ limite}}$ (angle d'adhérence limite)	φ_f (angle de frottement)
$\ dT_{1 \rightarrow 2}(Q)\ < \mu_{a\text{ limite}} \ dN_{1 \rightarrow 2}(Q)\ $ avec coef d'adhérence $\mu_{a\text{ limite}} = \tan \varphi_{a\text{ limite}}$	$\ dT_{1 \rightarrow 2}(Q)\ = \mu_{a\text{ limite}} \ dN_{1 \rightarrow 2}(Q)\ $ avec coef d'adhérence $\mu_{a\text{ limite}} = \tan \varphi_{a\text{ limite}}$	$\ dT_{1 \rightarrow 2}(Q)\ = \mu_f \ dN_{1 \rightarrow 2}(Q)\ $ avec coef de frottement $\mu_f = \tan \varphi_f$
L'action mécanique élémentaire $\overrightarrow{dF_{1 \rightarrow 2}}(Q)$ se situe DANS le cône d'adhérence (de sommet Q et de demi-angle au sommet $\varphi_{a\text{ limite}}$)	L'action mécanique élémentaire $\overrightarrow{dF_{1 \rightarrow 2}}(Q)$ se situe SUR le cône d'adhérence (de sommet Q et de demi-angle au sommet $\varphi_{a\text{ limite}}$)	L'action mécanique élémentaire $\overrightarrow{dF_{1 \rightarrow 2}}(Q)$ se situe SUR le cône de frottement (de sommet Q et de demi-angle au sommet φ_f)
L'action élémentaire d'adhérence $\overrightarrow{dT_{1 \rightarrow 2}}(Q)$ s'oppose à la tendance au glissement de 2/1.	L'action élémentaire d'adhérence $\overrightarrow{dT_{1 \rightarrow 2}}(Q)$ s'oppose à la tendance au glissement de 2/1.	L'action élémentaire de frottement $\overrightarrow{dT_{1 \rightarrow 2}}(Q)$ s'oppose au glissement de 2/1 : $\overrightarrow{V_{Q \in 2/1}} \wedge \overrightarrow{dT_{1 \rightarrow 2}}(Q) = \vec{0}$ (colinéaire) $\overrightarrow{V_{Q \in 2/1}} \cdot \overrightarrow{dT_{1 \rightarrow 2}}(Q) < 0$ (de sens opposé)

Coefficients d'adhérence et de frottement : μ .

$\mu_{a \text{ limite}}$ et μ_f ne dépendent :

- ni de l'intensité des actions exercées,
- ni de l'étendue des surfaces en contact.

Ils dépendent essentiellement :

- de la nature du couple de matériaux en contact,
- de la rugosité des surfaces en contact,
- de la lubrification (sec ou lubrifié),
- de la température au niveau des surfaces en contact qui peut favoriser des microsoudures ou la rupture du film d'huile si le contact est lubrifié,
- de la vitesse de glissement...

Toutefois, en première approximation, **on considère que le paramètre prépondérant concerne uniquement la nature du couple de matériaux en contact.**

Matériaux en contact	Adhérence		Frottement	
	$\mu_{a \text{ limite}} = \tan \varphi_{a \text{ limite}}$		$\mu_f = \tan \varphi_f$	
	A sec	Lubrifié	A sec	Lubrifié
Acier sur acier	0,18	0,12	0,15	0,09
Acier sur fonte	0,19	0,10	0,16	0,08 à 0,04
Acier sur bronze	0,11	0,10	0,10	0,09
Téflon sur acier	0,04		0,04	
Fonte sur bronze		0,10	0,20	0,08 à 0,04
Nylon sur acier			0,35	0,12
Bois sur bois	0,65	0,20	0,40 à 0,20	0,16 à 0,04
Métaux sur bois	0,60 à 0,50	0,10	0,50 à 0,20	0,08 à 0,02
Métal sur glace			0,02	
Pneu voiture sur route	0,80		0,60	0,30 à 0,10 sur sol mouillé

NB : Le coefficient d'adhérence est toujours supérieur au coefficient de frottement ($\mu_{a \text{ limite}} > \mu_f$). Mais étant donné le grand nombre de paramètres qui interviennent dans leur détermination, on considère souvent, par mesure de simplification, que ces deux coefficients sont égaux et nommés μ ou f .

Modèle global.

$$\left\{ \begin{matrix} \vec{T}_{1 \rightarrow 2} \\ \vec{R}_{1 \rightarrow 2} \\ \vec{M}_{O,1 \rightarrow 2} \end{matrix} \right\}_O = \left\{ \begin{matrix} \int_{\text{surface}} d\vec{F}_{1 \rightarrow 2}(Q) \\ \int_{\text{surface}} \vec{OQ} \wedge d\vec{F}_{1 \rightarrow 2}(Q) \end{matrix} \right\}_O$$

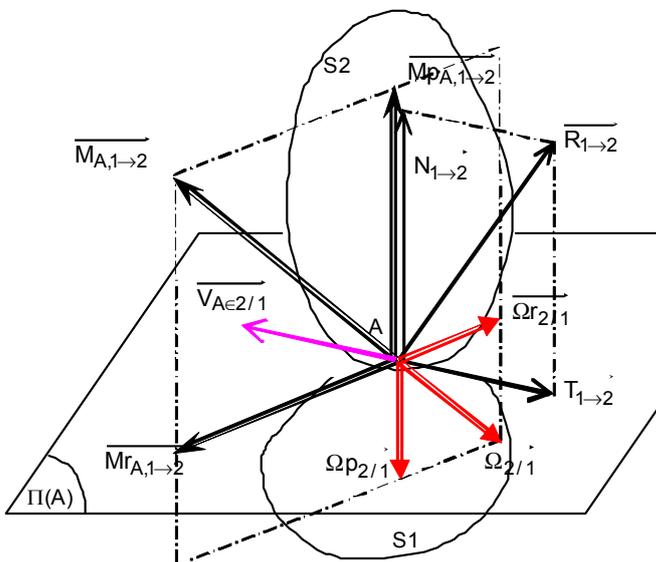
Ce torseur n'a, a priori, aucune particularité.

43) Modélisation des actions mécaniques de contact ponctuel.

Tout le raisonnement qui a été effectué pour un contact surfacique (où le seul mouvement relatif est du glissement) peut être appliqué à un contact ponctuel (où le mouvement relatif peut-être cette fois-ci du glissement, du roulement ou du pivotement).

Par analogie avec les lois de Coulomb où :

- le glissement donne naissance à une **résistance au glissement** modélisée par une **résultante tangentielle (de résistance au glissement)**,
- le roulement donnera naissance à une **résistance au roulement** modélisée par un **moment de résistance au roulement**,
- le pivotement donnera naissance à une **résistance au pivotement** modélisée par un **moment de résistance au pivotement**.



L'action mécanique de 1→2 est modélisée en A, point de contact entre 1 et 2, par le torseur suivant :

$$\left\{ \begin{matrix} \vec{T}_{1 \rightarrow 2} \\ \vec{R}_{1 \rightarrow 2} \\ \vec{M}_{A,1 \rightarrow 2} \end{matrix} \right\}_A = \left\{ \begin{matrix} \vec{N}_{1 \rightarrow 2} + \vec{T}_{1 \rightarrow 2} \\ \vec{M}_{pA,1 \rightarrow 2} + \vec{M}_{rA,1 \rightarrow 2} \end{matrix} \right\}_A$$

- où $\vec{N}_{1 \rightarrow 2}$ est la résultante normale de pression,
- $\vec{T}_{1 \rightarrow 2}$ est la résultante tangentielle (de résistance au glissement),
- $\vec{M}_{pA,1 \rightarrow 2}$ est le moment de résistance au pivotement en A,
- $\vec{M}_{rA,1 \rightarrow 2}$ est le moment de résistance au roulement en A.

Ces vecteurs sont obtenus par projection sur la normale et sur le plan tangent commun en A à 1 et 2.

NB1 : En réalité le contact ne se fait pas sur un point mais sur une surface de petite dimension (car la pression serait infinie).

NB2 : $\vec{\Omega}_{2/1} = \vec{\Omega}_{p2/1} + \vec{\Omega}_{r2/1}$

1^{er} cas : Aucun mouvement ni de tendance au mouvement.

$$\left\{ \vec{T}_{1 \rightarrow 2} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{c} \vec{N}_{1 \rightarrow 2} \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

2^{ème} cas : Glissement ou tendance au glissement (Rappel des lois de Coulomb).

$$\left\{ \vec{T}_{1 \rightarrow 2} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{c} \vec{N}_{1 \rightarrow 2} + \vec{T}_{1 \rightarrow 2} \\ \vec{0} \end{array} \right\} \quad \text{avec} \quad \left\| \vec{T}_{1 \rightarrow 2} \right\| \leq \mu_a \text{ limite} \cdot \left\| \vec{N}_{1 \rightarrow 2} \right\| \quad \text{si } \vec{V}_{A \in 2/1} = \vec{0} \quad (\text{non glissement})$$

$$\left\| \vec{T}_{1 \rightarrow 2} \right\| = \mu_f \cdot \left\| \vec{N}_{1 \rightarrow 2} \right\| \quad \text{si } \vec{V}_{A \in 2/1} \neq \vec{0} \quad (\text{glissement})$$

μ coefficient de frottement (sans dimension)

$\vec{T}_{1 \rightarrow 2}$ s'oppose au glissement de 2/1 :

$$\vec{V}_{A \in 2/1} \wedge \vec{T}_{1 \rightarrow 2} = \vec{0} \quad (\text{colinéaire})$$

$$\vec{V}_{A \in 2/1} \bullet \vec{T}_{1 \rightarrow 2} < 0 \quad (\text{de sens opposé})$$

3^{ème} cas : Pivotement ou tendance au pivotement.

$$\left\{ \vec{T}_{1 \rightarrow 2} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{c} \vec{N}_{1 \rightarrow 2} \\ \vec{M}_{p_{A,1 \rightarrow 2}} \end{array} \right\} \quad \text{avec} \quad \left\| \vec{M}_{p_{A,1 \rightarrow 2}} \right\| \leq \delta_a \text{ limite} \cdot \left\| \vec{N}_{1 \rightarrow 2} \right\| \quad \text{si } \vec{\Omega}_{p_{2/1}} = \vec{0} \quad (\text{non pivotement})$$

$$\left\| \vec{M}_{p_{A,1 \rightarrow 2}} \right\| = \delta_f \cdot \left\| \vec{N}_{1 \rightarrow 2} \right\| \quad \text{si } \vec{\Omega}_{p_{2/1}} \neq \vec{0} \quad (\text{pivotement})$$

δ paramètre de résistance au pivotement (exprimé en m)

$\vec{M}_{p_{A,1 \rightarrow 2}}$ s'oppose au pivotement de 2/1 :

$$\vec{\Omega}_{p_{2/1}} \wedge \vec{M}_{p_{A,1 \rightarrow 2}} = \vec{0} \quad (\text{colinéaire})$$

$$\vec{\Omega}_{p_{2/1}} \bullet \vec{M}_{p_{A,1 \rightarrow 2}} < 0 \quad (\text{de sens opposé})$$

4^{ème} cas : Roulement ou tendance au roulement.

$$\left\{ \vec{T}_{1 \rightarrow 2} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{c} \vec{N}_{1 \rightarrow 2} \\ \vec{M}_{r_{A,1 \rightarrow 2}} \end{array} \right\} \quad \text{avec} \quad \left\| \vec{M}_{r_{A,1 \rightarrow 2}} \right\| \leq \eta_a \text{ limite} \cdot \left\| \vec{N}_{1 \rightarrow 2} \right\| \quad \text{si } \vec{\Omega}_{r_{2/1}} = \vec{0} \quad (\text{non roulement})$$

$$\left\| \vec{M}_{r_{A,1 \rightarrow 2}} \right\| = \eta_f \cdot \left\| \vec{N}_{1 \rightarrow 2} \right\| \quad \text{si } \vec{\Omega}_{r_{2/1}} \neq \vec{0} \quad (\text{roulement})$$

η paramètre de résistance au roulement (exprimé en m)

$\vec{M}_{r_{A,1 \rightarrow 2}}$ s'oppose au roulement de 2/1 :

$$\vec{\Omega}_{r_{2/1}} \wedge \vec{M}_{r_{A,1 \rightarrow 2}} = \vec{0} \quad (\text{colinéaire})$$

$$\vec{\Omega}_{r_{2/1}} \bullet \vec{M}_{r_{A,1 \rightarrow 2}} < 0 \quad (\text{de sens opposé})$$

Cas général : Combinaison de tous les mouvements ou tendance aux mouvements.

Voir figure page précédente.

$$\left\{ \vec{T}_{1 \rightarrow 2} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_{1 \rightarrow 2} \\ \vec{M}_{A,1 \rightarrow 2} \end{array} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{c} \vec{N}_{1 \rightarrow 2} + \vec{T}_{1 \rightarrow 2} \\ \vec{M}_{p_{A,1 \rightarrow 2}} + \vec{M}_{r_{A,1 \rightarrow 2}} \end{array} \right\}_A$$

On utilise toujours les mêmes relations pour $\vec{T}_{1 \rightarrow 2}$, $\vec{M}_{p_{A,1 \rightarrow 2}}$ et $\vec{M}_{r_{A,1 \rightarrow 2}}$ en fonction de $\vec{N}_{1 \rightarrow 2}$.

44) Modélisation des AM de contact avec l'hypothèse sans frottement/adhérence.

Choix de la prise en compte ou non de ces résistances au mouvement.

Dans la plupart des problèmes, on ne prend pas en compte ces résistances au glissement, pivotement et roulement.

En effet, les calculs issus des 2 modèles (prise et non prise en compte) diffèrent très peu.

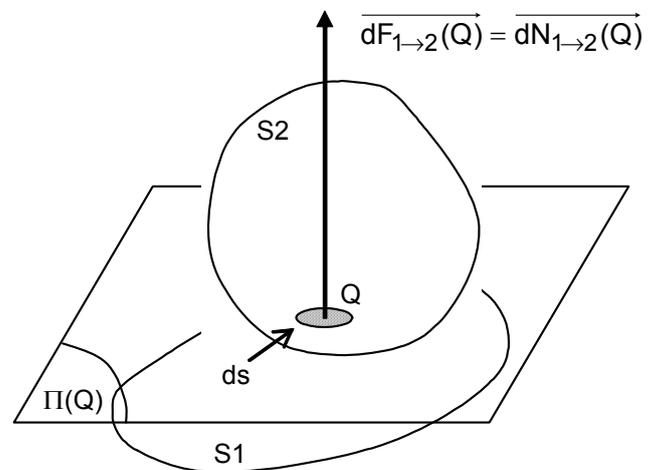
En revanche, dans d'autres cas, où on utilise justement cette propriété de résistance au mouvement avec bénéfice (freins, embrayages, courroies, arc-boutement, équilibre ou stabilité de certains mécanismes...), il est primordial de les prendre en compte.

Enfin, dans certains mécanismes, nous en tiendrons compte aussi pour en diminuer leurs effets (résistance au mouvement, pertes d'énergie, mauvais rendement...).

Modélisation locale des actions mécaniques de contact surfacique sans frottement/adhérence.

Soit deux solides S1 et S2 en contact sur une surface S.

$\overrightarrow{dF_{1 \rightarrow 2}(Q)}$, l'action mécanique élémentaire de S1 sur S2 au point Q, est portée par la normale au plan tangent commun à S1 et S2 en Q. Elle n'a pas de composante tangentielle.

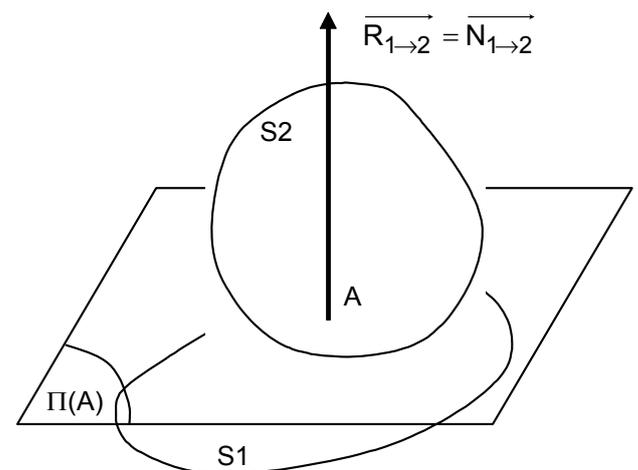


Modélisation des actions mécaniques de contact ponctuel sans frottement/adhérence.

Soit deux solides S1 et S2 en contact ponctuel.

En réalité le contact ne se fait pas sur un point, mais sur une surface de petite dimension (car la pression serait infinie).

$\overrightarrow{R_{1 \rightarrow 2}}$, l'action mécanique de S1 sur S2 au point A, est portée par la normale au plan tangent commun à S1 et S2 en A. Elle n'a pas de composante tangentielle.



Bilan.

Toutes les actions mécaniques (élémentaires pour un contact surfacique, ou globales pour un contact ponctuel) sont normales aux plans tangents communs aux contacts.

Ceci revient à considérer que $\mu_f = \mu_a \text{ limite} = 0 \Rightarrow \varphi_f = \varphi_a \text{ limite} = 0$

5) Action mécanique TRANSMISSIBLE par une liaison parfaite.

51) Objectif.

Nous allons nous intéresser aux possibilités de transmission d'actions entre les pièces constituant une liaison parfaite (compte tenu de la géométrie des surfaces de contact).

52) Rappel sur les liaisons parfaites.

Une liaison parfaite est définie par :

- des surfaces de contact géométriquement parfaites,
- des jeux de fonctionnement nuls entre les surfaces de contact,
- un contact entre surfaces supposé sans adhérence.

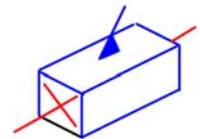
53) Dualité torseur cinématique / torseur de l'action mécanique TRANSMISSIBLE par une liaison parfaite.

Étude de l'action mécanique transmissible par une glissière.

Soit la liaison glissière de direction \vec{x} supposée parfaite entre les pièces 1 et 2 :

Quels sont les mouvements élémentaires possibles ?

Translation suivant la direction \vec{x} .



Peut-on transmettre une action de 1 sur 2 suivant ce degré de liberté ?

Non.

En revanche peut-on transmettre une action de 1 sur 2 suivant les 5 degrés de liaison ?

Oui, les composantes de la résultante Y, Z et les composantes du moment L, M et N sont transmises d'une pièce à l'autre.

Ainsi il existe une dualité entre le torseur cinématique et le torseur de l'action mécanique transmissible par la liaison glissière :

<p>Forme générale du Torseur cinématique</p> $\{V_{2/1}\}_P = \begin{Bmatrix} 0 & v_{x,P \in 2/1} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \dots)}$	\longleftrightarrow	<p>Forme générale du Torseur de l'action mécanique transmissible</p> $\{T_{2 \rightarrow 1}\}_O = \begin{Bmatrix} 0 & L_{O,2 \rightarrow 1} \\ Y_{2 \rightarrow 1} & M_{O,2 \rightarrow 1} \\ Z_{2 \rightarrow 1} & N_{O,2 \rightarrow 1} \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$
--	-----------------------	---

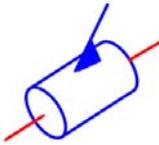
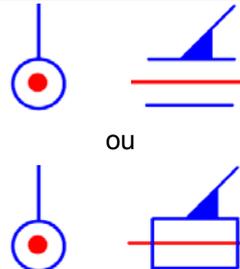
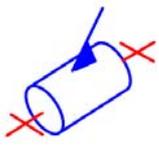
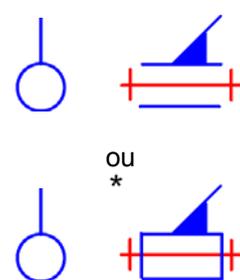
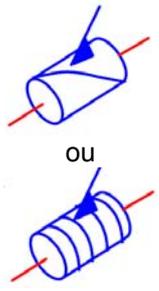
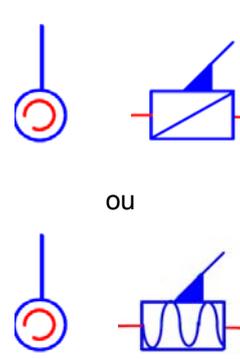
Généralisons.

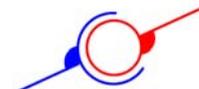
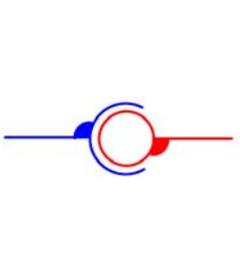
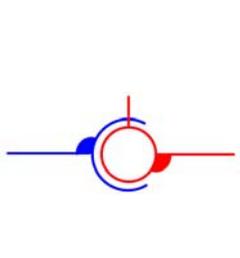
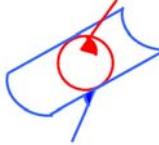
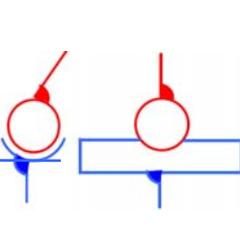
Lorsqu'un degré de liberté est supprimé entre 2 solides 1 et 2, il en résulte alors une composante dans le torseur de l'action mécanique transmissible de 1→2 (qui empêche le mouvement).

54) Tableau général des torseurs cinématique et de l'action mécanique transmissible par une liaison parfaite.

Parmi toutes les liaisons envisageables, la norme NF EN ISO 3952-1 (mai 95) a retenu les plus courantes.

Nom	Représentation spatiale	Représentation plane	Validité de la forme générale des Torseurs	Forme générale du Torseur cinématique	Forme générale du Torseur de l'action mécanique transmissible
Complète ou encastrement			Tout point A de l'espace	$\{V_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\forall P} (\dots\dots\dots)$ <p>Et en plus, les valeurs des composantes sont identiques pour tout point P de l'espace</p>	$\{T_{2 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} X_{2 \rightarrow 1} & L_{A,2 \rightarrow 1} \\ Y_{2 \rightarrow 1} & M_{A,2 \rightarrow 1} \\ Z_{2 \rightarrow 1} & N_{A,2 \rightarrow 1} \end{Bmatrix}_{(x,y,z)}$
Glissière de direction \vec{x}			Tout point A de l'espace	$\{V_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} 0 & v_{x,A \in 2/1} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\forall P} (\bar{x}, \dots\dots)$ <p>Et en plus, les valeurs des composantes sont identiques pour tout point P de l'espace</p>	$\{T_{2 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} 0 & L_{A,2 \rightarrow 1} \\ Y_{2 \rightarrow 1} & M_{A,2 \rightarrow 1} \\ Z_{2 \rightarrow 1} & N_{A,2 \rightarrow 1} \end{Bmatrix}_{(x,y,z)}$
Appui plan de normale \vec{z}			Tout point A de l'espace	$\{V_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} 0 & v_{x,A \in 2/1} \\ 0 & v_{y,A \in 2/1} \\ \omega_{z,2/1} & 0 \end{Bmatrix}_{\forall P \in (A,\vec{z})} (\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ <p>Et en plus, les valeurs des composantes sont identiques pour tout point P de la normale (A, \vec{z})</p>	$\{T_{2 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} 0 & L_{A,2 \rightarrow 1} \\ 0 & M_{A,2 \rightarrow 1} \\ Z_{2 \rightarrow 1} & 0 \end{Bmatrix}_{(x,y,z)}$ <p>Et en plus, les valeurs des composantes sont identiques pour tout point P de la normale (A, \vec{z})</p>
Linéaire rectiligne de ligne de contact (O, \vec{x}) et de normale \vec{z} (ou alors cylindre-plan de ligne de contact (O, \vec{x}) et de normale \vec{z})			Tout point A du plan (O, \vec{x}, \vec{z})	$\{V_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} \omega_{x,2/1} & v_{x,A \in 2/1} \\ 0 & v_{y,A \in 2/1} \\ \omega_{z,2/1} & 0 \end{Bmatrix}_A (\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$	$\{T_{2 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & M_{A,2 \rightarrow 1} \\ Z_{2 \rightarrow 1} & 0 \end{Bmatrix}_{(x,y,z)}$ <p>Et en plus, les valeurs des composantes sont identiques pour tout point P de la normale (A, \vec{z})</p>
Ponctuelle de point de contact O et de normale \vec{z} (ou alors sphère-plan de point de contact O et de normale \vec{z})			Tout point A de la normale (O, \vec{z})	$\{V_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} \omega_{x,2/1} & v_{x,A \in 2/1} \\ \omega_{y,2/1} & v_{y,A \in 2/1} \\ \omega_{z,2/1} & 0 \end{Bmatrix}_A (\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$	$\{T_{2 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_{2 \rightarrow 1} & 0 \end{Bmatrix}_{\forall P \in (A,\vec{z})} (\dots\dots\dots)$ <p>Et en plus, les valeurs des composantes sont identiques pour tout point P de la normale (A, \vec{z})</p>

<p>Pivot glissant d'axe (O, \vec{x})</p>			<p>Tout point A de l'axe (O, \vec{x})</p>	$\{V_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} \omega_{x,2/1} & v_{x,P \in 2/1} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \dots)}$ <p>Et en plus, les valeurs des composantes sont identiques pour tout point P de l'axe (A, \vec{x})</p>	$\{T_{2 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{2 \rightarrow 1} & M_{A,2 \rightarrow 1} \\ Z_{2 \rightarrow 1} & N_{A,2 \rightarrow 1} \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$
<p>Pivot d'axe (O, \vec{x})</p>			<p>Tout point A de l'axe (O, \vec{x})</p>	$\{V_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} \omega_{x,2/1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \dots)}$ <p>Et en plus, les valeurs des composantes sont identiques pour tout point P de l'axe (A, \vec{x})</p>	$\{T_{2 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} X_{2 \rightarrow 1} & 0 \\ Y_{2 \rightarrow 1} & M_{A,2 \rightarrow 1} \\ Z_{2 \rightarrow 1} & N_{A,2 \rightarrow 1} \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$
<p>Hélicoïdale d'axe (O, \vec{x}) et de pas p</p>			<p>Tout point A de l'axe (O, \vec{x})</p>	$\{V_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} \omega_{x,2/1} & \pm \omega_{x,2/1} \cdot \frac{p}{2\pi} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \dots)}$ <p>Et en plus, les valeurs des composantes sont identiques pour tout point P de l'axe (A, \vec{x})</p>	$\{T_{2 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} X_{2 \rightarrow 1} & \pm X_{2 \rightarrow 1} \cdot \frac{p}{2\pi} \\ Y_{2 \rightarrow 1} & M_{A,2 \rightarrow 1} \\ Z_{2 \rightarrow 1} & N_{A,2 \rightarrow 1} \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$ <p>$P_{int} = 0 = R_{1 \rightarrow 2} \cdot V_{A \in 2/1} + M_{A,1 \rightarrow 2} \cdot \Omega_{2/1}$ pas à droite : $X_{1 \rightarrow 2} \cdot \omega_{x,2/1} \cdot \frac{p}{2\pi} + L_{A,1 \rightarrow 2} \cdot \omega_{x,2/1} = 0$ pas à gauche : $X_{1 \rightarrow 2} \cdot (-\omega_{x,2/1} \cdot \frac{p}{2\pi}) + L_{A,1 \rightarrow 2} \cdot \omega_{x,2/1} = 0$ $2\pi(\text{rad} \rightarrow \pm p(\text{mm})) \Rightarrow x = \pm \frac{p}{2\pi} \Rightarrow v_x = \pm \omega_x \cdot \frac{p}{2\pi}$ $\theta(\text{rad} \rightarrow x(\text{mm})) \Rightarrow x = \pm \frac{p}{2\pi} \Rightarrow v_x = \pm \omega_x \cdot \frac{p}{2\pi}$ Pas à droite $v_x = +\omega_x \cdot \frac{p}{2\pi}$ et $L = -X \cdot \frac{p}{2\pi}$ Pas à gauche $v_x = -\omega_x \cdot \frac{p}{2\pi}$ et $L = +X \cdot \frac{p}{2\pi}$</p>

<p>Rotule de centre O (ou alors sphérique de centre O)</p>			<p>Seulement en O</p>	$\{V_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} \omega_{x,2/1} & 0 \\ \omega_{y,2/1} & 0 \\ \omega_{z,2/1} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$	$\{T_{2 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} X_{2 \rightarrow 1} & 0 \\ Y_{2 \rightarrow 1} & 0 \\ Z_{2 \rightarrow 1} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$
<p>Rotule à doigt de centre O et de rotation interdite (O, \vec{y}) (ou alors sphérique à doigt de centre O et de rotation interdite (O, \vec{y}))</p>			<p>Seulement en O</p>	$\{V_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} \omega_{x,2/1} & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{z,2/1} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$	$\{T_{2 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} X_{2 \rightarrow 1} & 0 \\ Y_{2 \rightarrow 1} & M_{O,2 \rightarrow 1} \\ Z_{2 \rightarrow 1} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$
<p>Linéaire annulaire de centre O et de direction \vec{x} (ou alors sphère-cylindre de centre O et de direction \vec{x})</p>			<p>Seulement en O</p>	$\{V_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} \omega_{x,2/1} & v_{x,O \in 2/1} \\ \omega_{y,2/1} & 0 \\ \omega_{z,2/1} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$	$\{T_{2 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{2 \rightarrow 1} & 0 \\ Z_{2 \rightarrow 1} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$