Statique des solides

1) OBJECTIFS. 3

2) SCHEMA D'ARCHITECTURE ET GRAPHE DE STRUCTURE. 3

21) DIFFERENCE ENTRE SCHEMA CINEMATIQUE ET SCHEMA D'ARCHITECTURE. 3

22) EXEMPLE DE LA COMMANDE D'UNE TABLE EN TRANSLATION. 3

a) Graphe de liaisons et schéma cinématique. 3

b) Choix technologique influant sur la nature des liaisons. 3

c) Graphe de structure et schéma d'architecture. 4

3) EXTERIEUR ET INTERIEUR D'UN SYSTEME ISOLE. 4

31) DEFINITION D'UN SYSTEME ISOLE. 4

32) ACTIONS MECANIQUES INTERIEURES ET EXTERIEURES. 4

4) REPERE GALILEEN. 5

5) PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE (PFS). 5

Traduction torsorielle du PFS (=1 équation torsorielle). 5

Traduction vectoriel du PFS (=2 équations vectorielles). 5

Traduction scalaire du PFS pour un système spatial (=6 équations scalaires). 5

Traduction scalaire du PFS pour un système plan (=3 équations scalaires). 5

6) $\sum\{T_{ext\to S}\} = \{0\}$ CONDITION NECESSAIRE MAIS PAS SUFFISANTE. 6

7) THEOREME DES ACTIONS RECIPROQUES. 6

8) PARTICULARITES DES SOLIDES SOUMIS QU'A DES GLISSEURS. 7

81) SOLIDE SOUMIS A 2 GLISSEURS. 7

82) SOLIDE SOUMIS A 3 GLISSEURS. 7

1er cas : Si 2 glisseurs sont concourants alors le 3ème l'est aussi au même point. 8

2ème cas : Si 2 glisseurs sont parallèles alors le 3ème l'est aussi. 8

Bilan. 8

83) SOLIDE SOUMIS A 4 GLISSEURS. 8

Avec 2 glisseurs complètement connus et 1 droite d'action connue. 8

Avec 1 glisseur complètement connu et toutes les droites d'action connues. 8

9) NOTION D'ARC-BOUTEMENT. 9

10) DEMARCHE DE RESOLUTION. 9

Étape 1 : Isoler. 9
Étape 2 : BAME. 9
Étape 3 : Modéliser. 9
Étape 4 : Résoudre en appliquant les bons théorèmes. 9

1) Objectifs.

La statique est l'étude des solides à l'équilibre (au repos).

Nous allons déterminer (à partir d'une action connue comme la pesanteur, l'action d'un ressort…) les autres actions mécaniques inconnues (actions de liaison…) exercées au sein du mécanisme, pour par la suite dimensionner différentes pièces telles que :

- les éléments constituants les liaisons (coussinet, paliers lisses, roulements,…)
- les actionneurs (vérin ou moteur)…

2) Schéma d'architecture et graphe de structure.

21) Différence entre schéma cinématique et schéma d'architecture.

	Schéma cinématique	Schéma d'architecture
Permet de visualiser	**la cinématique du mécanisme** (c'est à dire les mouvements relatifs des différentes classes d'équivalence)	**l'architecture du mécanisme** (c'est-à-dire la disposition des liaisons) ⇒ il colle à la réalité technologique puisqu'il tient compte du choix des constituants adoptés
Est destiné au calcul	de la **loi entrée-sortie**	des **torseurs d'action mécanique transmissible** par les différentes liaisons
Est construit à partir	du **graphe de liaison**	du **graphe de structure**

22) Exemple de la commande d'une table en translation.

On désire commander une table 2 (en translation rectiligne de direction $\vec{x}$ par rapport à un bâti 0) à l'aide d'un système de transformation de mouvement vis/écrou (où la vis 1 est en rotation d'axe $(O,\vec{x})$ par rapport au bâti 0).

a) Graphe de liaisons et schéma cinématique.

graphe de liaison

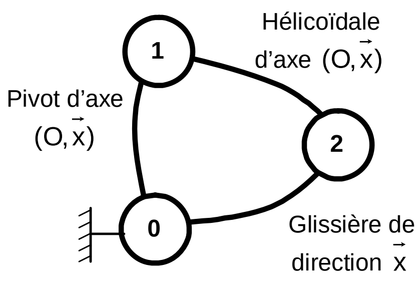
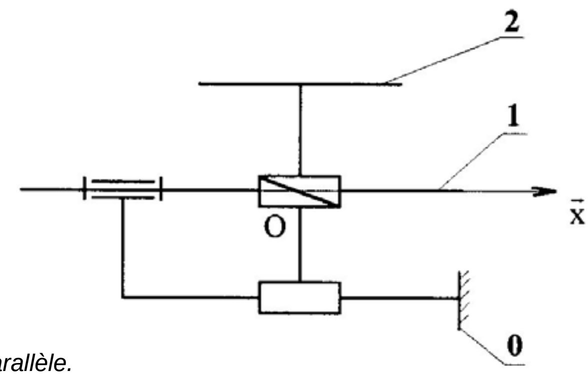


schéma cinématique



NB : Un graphe de liaison ne comporte jamais de liaison en parallèle.

b) Choix technologique influant sur la nature des liaisons.

On envisage de réaliser :

- la liaison glissière par association en parallèle, entre la table et le bâti, de quatre douilles à billes glissant sur deux tiges cylindriques parallèles, modélisables par des liaisons linéaires annulaires,
- la liaison pivot par association en parallèle, entre la vis et le bâti, de deux roulements à billes situés à chaque extrémité de la vis, modélisables, l'un par une liaison rotule et l'autre par une liaison linéaire annulaire.

c) Graphe de structure et schéma d'architecture.

graphe de structure

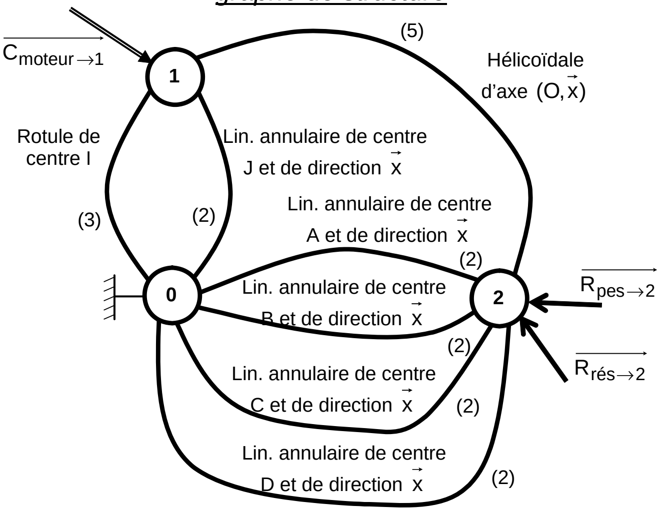
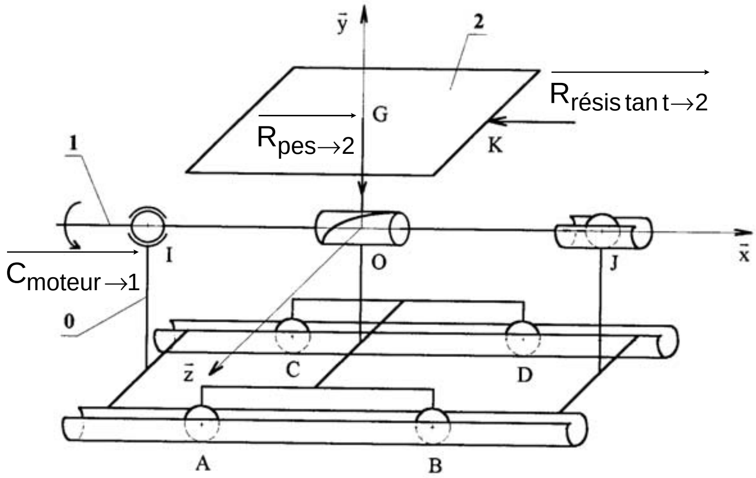


schéma d'architecture



Sur le graphe de structure et sur le schéma d'architecture, figurent :
- toutes les liaisons élémentaires (ou locales) se situant dans les zones de guidage,

En vue d'une étude statique, il faut rajouter :
- les actions mécaniques extérieures au mécanisme et les actions à distance (notamment la pesanteur),
- le nombre d'inconnus de liaison pour chaque liaison.

3) Extérieur et intérieur d'un système isolé.

31) Définition d'un système isolé.

Un préalable à toute étude statique, est l'isolement du système matériel étudié.
On définit une **frontière fictive** qui englobe tout le système isolé.
On définit ainsi un **milieu intérieur** et un **milieu extérieur** au système isolé.
Le système isolé pourra être un solide, une portion de solide, un ensemble de solides, le mécanisme entier...

32) Actions Mécaniques intérieures et extérieures.

On appelle actions extérieures sur l'ensemble isolé, toutes les actions exercées par :
un élément (solide, fluide, ressort…) n'appartenant pas au système isolé SUR *un élément du système isolé.*

On appelle actions intérieures sur l'ensemble isolé, toutes les actions exercées par :
un élément (solide, fluide, ressort…) du système isolé SUR *un autre élément du système isolé.*

NB : Les actions mécaniques intérieures ne seront pas prises en compte dans l'application du principe fondamental de la statique.

On utilise le graphe de structure pour déterminer rapidement les AM extérieures et intérieures.
Exemple par rapport au graphe de structure ci-dessus de la table :
En isolant $\{1\}$, les AM extérieures sur $\{1\}$ sont : AM de $2 \to 1$
AM de $0 \to 1$ en J
AM de $0 \to 1$ en I
AM du moteur $\to 1$

Remarque : Si nous avions isolé $\{1,2\}$, AM de $2 \to 1$ serait une action intérieure à $\{1,2\}$.

4) Repère Galiléen.

On appelle repère galiléen en SII :

- tout repère **fixe** (sans mouvement) par rapport à la Terre,
- ou tout repère en mouvement de **translation rectiligne** (sa trajectoire est une droite) **et uniforme** (sa vitesse est constante) par rapport à la Terre.

5) Principe Fondamental de la Statique (PFS).

Traduction torsorielle du PFS (=1 équation torsorielle).

La condition nécessaire pour qu'un système matériel **S soit en équilibre par rapport à un repère galiléen** est que la somme des torseurs des actions mécaniques extérieures à S soit nulle :

$$\boxed{\sum \left\{T_{\bar{S}\to S}\right\} = \{0\}} \qquad \text{exemple : } \left\{T_{3\to S}\right\} + \left\{T_{12\to S}\right\} + \left\{T_{4\to S}\right\} = \{0\}$$

Traduction vectoriel du PFS (=2 équations vectorielles).

Il faut nécessairement exprimer les torseurs au même point.

Théorème de la résultante statique : $\boxed{\sum \overrightarrow{R_{\bar{S}\to S}} = \vec{0}}$ exemple : $\overrightarrow{R_{3\to S}} + \overrightarrow{R_{12\to S}} + \overrightarrow{R_{4\to S}} = \vec{0}$

Théorème du moment statique : $\boxed{\sum \overrightarrow{M_{Q,\bar{S}\to S}} = \vec{0}}$ exemple : $\overrightarrow{M_{Q,3\to S}} + \overrightarrow{M_{Q,12\to S}} + \overrightarrow{M_{Q,4\to S}} = \vec{0}$

Traduction scalaire du PFS pour un système spatial (=6 équations scalaires).

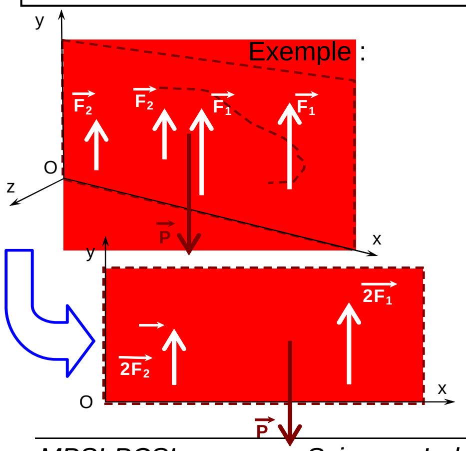
Il faut exprimer les composantes algébriques des torseurs dans la même base (x, y, z) :

$$\boxed{\begin{aligned} \sum X_{\bar{S}\to S} &= 0 \\ \sum Y_{\bar{S}\to S} &= 0 \\ \sum Z_{\bar{S}\to S} &= 0 \\ \sum L_{Q,\bar{S}\to S} &= 0 \\ \sum M_{Q,\bar{S}\to S} &= 0 \\ \sum N_{Q,\bar{S}\to S} &= 0 \end{aligned}} \qquad \text{exemple : } \begin{aligned} X_{3\to S} + X_{12\to S} + X_{4\to S} &= 0 \\ Y_{3\to S} + Y_{12\to S} + Y_{4\to S} &= 0 \\ Z_{3\to S} + Z_{12\to S} + Z_{4\to S} &= 0 \\ L_{Q,3\to S} + L_{Q,12\to S} + L_{Q,4\to S} &= 0 \\ M_{Q,3\to S} + M_{Q,12\to S} + M_{Q,4\to S} &= 0 \\ N_{Q,3\to S} + N_{Q,12\to S} + N_{Q,4\to S} &= 0 \end{aligned}$$

Traduction scalaire du PFS pour un système plan (=3 équations scalaires).

On peut admettre qu'un mécanisme est « plan », si :

- la **géométrie des liaisons** d'un système matériel **présente un plan de symétrie,**
- les **AM extérieures** exercées sur ce système **sont symétriques par rapport à ce plan**, c'est à dire que :
  - les résultantes des AM extérieures sont parallèles au plan de symétrie,
  - les moments des AM extérieures sont perpendiculaires au plan de symétrie.



Pour un système plan parallèlement au plan $(O, \vec{x}, \vec{y})$, tous les torseurs ont **leurs composantes Z, L et M nulles** :

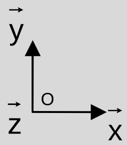
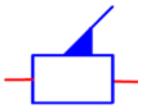
$$\left\{T_{i\to S}\right\} = \underset{\forall P \in (O,\vec{x},\vec{y})}{\begin{Bmatrix} X_{i\to S} & 0 \\ Y_{i\to S} & 0 \\ 0 & N_{P,i\to S} \end{Bmatrix}}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

Le PFS ne fournira qu'un maximum de 3 équations significatives, à savoir pour le théorème :

- de la résultante statique : 1 équation en projection sur x
  1 équation en projection sur y
- du moment statique : 1 équation en projection sur z

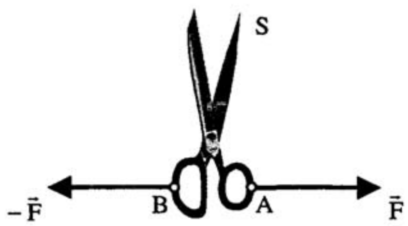
On aurait le même raisonnement pour les systèmes plan $(O, \vec{x}, \vec{z})$ et $(O, \vec{y}, \vec{z})$.

NB : les seuls modèles de liaison que l'on trouvera avec l'hypothèse problème plan sont :

Nom	***Représentation plane*** 	***Validité de la forme générale des Torseurs dans le plan (O,x,y)***	***Modélisation par les torseurs (écriture en colonne)***	***Modélisation par les torseurs (écriture en ligne)***
Glissière de direction $\vec x$		**Tout point A du plan** Mais attention, les valeurs des composantes ne sont pas forcément égales…	$\{T_{2\to1}\} = {}_A\left\{\begin{matrix} 0 & - \\ Y_{2\to1} & - \\ - & N_{A,2\to1}\end{matrix}\right\}_{(\vec x,\vec y,\vec z)}$	$\{T_{2\to1}\} = {}_A\left\{\begin{matrix} Y_{2\to1}\cdot\vec y \\ N_{A,2\to1}\cdot\vec z\end{matrix}\right\}$
Pivot d'axe $(O,\vec z)$		**En O**	$\{T_{2\to1}\} = {}_O\left\{\begin{matrix} X_{2\to1} & - \\ Y_{2\to1} & - \\ - & 0\end{matrix}\right\}_{(\vec x,\vec y,\vec z)}$	$\{T_{2\to1}\} = {}_O\left\{\begin{matrix} \overrightarrow{R_{2\to1}} \\ \vec 0\end{matrix}\right\}$
Ponctuelle de point de contact O et de normale $\vec y$ (ou alors sphère-plan de point de contact O et de normale $\vec y$)		**Tout point A de la normale** $(O,\vec y)$ Mais attention, les valeurs des composantes ne sont pas forcément égales…	$\{T_{2\to1}\} = {}_{\forall P\in(A,\vec y)}\left\{\begin{matrix} 0 & - \\ Y_{2\to1} & - \\ - & 0\end{matrix}\right\}_{(\vec x,\vec y,\vec z)}$	$\{T_{2\to1}\} = {}_{\forall P\in(A,\vec y)}\left\{\begin{matrix} Y_{2\to1}\cdot\vec y \\ \vec 0\end{matrix}\right\}$

6) $\sum\{T_{ext\to S}\} = \{0\}$ condition nécessaire mais pas suffisante.

Exemple d'une paire de ciseaux :



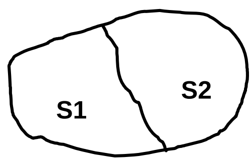
$$\sum\{T_{ext\to S}\} = {}_A\left\{\begin{matrix}\vec F\\ \vec 0\end{matrix}\right\} + {}_B\left\{\begin{matrix}-\vec F\\ \vec 0\end{matrix}\right\} = {}_A\left\{\begin{matrix}\vec F\\ \vec 0\end{matrix}\right\} + {}_A\left\{\begin{matrix}-\vec F\\ \vec 0\end{matrix}\right\} = {}_A\left\{\begin{matrix}\vec 0\\ \vec 0\end{matrix}\right\} = \{0\}$$

Donc $\sum\{T_{ext\to S}\} = \{0\}$ n'est pas une condition suffisante pour imposer l'équilibre.

$$\boxed{\text{Équilibre de S} \underset{\cancel{\Leftarrow}}{\Rightarrow} \sum\{T_{ext\to S}\} = \{0\}}$$

7) Théorème des actions réciproques.

Soit un solide S composé de 2 sous-ensembles S1 et S2 en équilibre.



S en équilibre $\Rightarrow$ $\{T_{\bar S\to S}\} = \{0\}$ $\Rightarrow$ $\{T_{\bar S\to S1}\} + \{T_{\bar S\to S2}\} = \{0\}$ (1)

S1 en équilibre $\Rightarrow$ $\{T_{\overline{S1}\to S1}\} = \{0\}$ $\Rightarrow$ $\{T_{\bar S\to S1}\} + \{T_{S2\to S1}\} = \{0\}$ (2)

S2 en équilibre $\Rightarrow$ $\{T_{\overline{S2}\to S2}\} = \{0\}$ $\Rightarrow$ $\{T_{\bar S\to S2}\} + \{T_{S1\to S2}\} = \{0\}$ (3)

L'équation (1)-(2)-(3) $\Rightarrow$ $-\{T_{S2\to S1}\} - \{T_{S1\to S2}\} = \{0\}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\{T_{S2\to S1}\} = -\{T_{S1\to S2}\}}$

8) Particularités des solides soumis qu'à des glisseurs.

Soit un solide soumis à des actions mécaniques modélisées par des torseurs glisseurs.
Par abus de langage on dira « solide soumis à des glisseurs » pour « solide soumis à des actions mécaniques modélisées par des torseurs glisseurs ».

81) Solide soumis à 2 glisseurs.

Soit un solide S en équilibre sous l'action de 2 glisseurs $\overrightarrow{A_{1\to S}}$ et $\overrightarrow{B_{2\to S}}$ passant respectivement par A et B.
L'application du PFS se traduit par :

Le théorème de la résultante statique :

$\overrightarrow{A_{1\to S}} + \overrightarrow{B_{2\to S}} = \vec{0}$

$\Rightarrow$ $\overrightarrow{A_{1\to S}} = -\overrightarrow{B_{2\to S}}$

$\Rightarrow$ Les 2 glisseurs sont **opposés** (même norme, même direction, sens contraire)

Le théorème du moment statique en A :

$\overrightarrow{M_{A,1\to S}} + \overrightarrow{M_{A,2\to S}} = \vec{0}$

$\Rightarrow$ $\cancel{\overrightarrow{M_{A,1\to S}}} + \cancel{\overrightarrow{M_{B,2\to S}}} + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{B_{2\to S}} = \vec{0}$

$\Rightarrow$ $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{B_{2\to S}}$ colinéaires

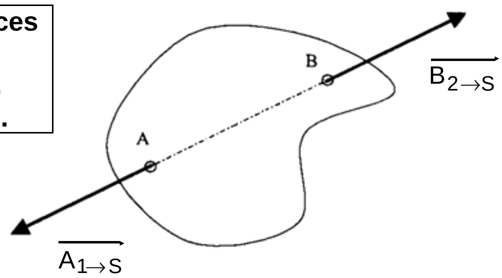
Or $\overrightarrow{B_{2\to S}}$ passe par B

$\Rightarrow$ la **droite d'action** de $\overrightarrow{B_{2\to S}}$ est **(AB)**

(même démonstration pour $\overrightarrow{A_{1\to S}}$)

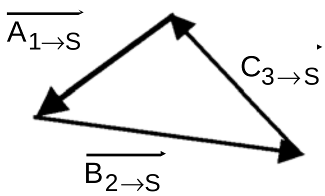
Bilan :

Si un système est en équilibre sous l'action de 2 glisseurs alors ces 2 glisseurs :
- **sont opposés (même norme, même direction, sens contraire),**
- **et ont même droite d'action (passant par les points d'application).**



82) Solide soumis à 3 glisseurs.

Soit un solide S en équilibre sous l'action de 3 glisseurs $\overrightarrow{A_{1\to S}}$, $\overrightarrow{B_{2\to S}}$ et $\overrightarrow{C_{3\to S}}$ passant respectivement par A, B et C.
L'application du PFS se traduit par :



Le théorème de la résultante statique :

$\overrightarrow{A_{1\to S}} + \overrightarrow{B_{2\to S}} + \overrightarrow{C_{3\to S}} = \vec{0}$

$\Rightarrow$ La **somme vectorielle** des 3 glisseurs est **nulle**

Le théorème du moment statique en A :

$\overrightarrow{M_{A,1\to S}} + \overrightarrow{M_{A,2\to S}} + \overrightarrow{M_{A,3\to S}} = \vec{0}$

$\Rightarrow$ $\cancel{\overrightarrow{M_{A,1\to S}}} + \cancel{\overrightarrow{M_{B,2\to S}}} + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{B_{2\to S}} + \cancel{\overrightarrow{M_{C,3\to S}}} + \overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{C_{3\to S}} = \vec{0}$

$\Rightarrow$ $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{B_{2\to S}} + \overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{C_{3\to S}} = \vec{0}$

$\Rightarrow$ $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{B_{2\to S}} = -\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{C_{3\to S}}$ (les 2 vecteurs sont opposés)

Or le vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{B_{2\to S}}$ est perpendiculaire au plan $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{B_{2\to S}})$

et le vecteur $\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{C_{3\to S}}$ est perpendiculaire au plan $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{C_{3\to S}})$

$\Rightarrow$ les glisseurs $\overrightarrow{B_{2\to S}}$ et $\overrightarrow{C_{3\to S}}$ sont dans le plan (ABC)

(même démonstration pour $\overrightarrow{A_{1\to S}}$)

$\Rightarrow$ les **glisseurs** $\overrightarrow{A_{1\to S}}$, $\overrightarrow{B_{2\to S}}$ et $\overrightarrow{C_{3\to S}}$ sont **coplanaires**

1^er^ cas : Si 2 glisseurs sont concourants alors le 3^ème^ l'est aussi au même point.

Soit I le point d'intersection de $\overrightarrow{A_{1\to S}}$ et $\overrightarrow{B_{2\to S}}$.

<u>Le théorème du moment statique en I</u> :

$\overrightarrow{M_{I,1\to S}} + \overrightarrow{M_{I,2\to S}} + \overrightarrow{M_{I,3\to S}} = \vec{0}$

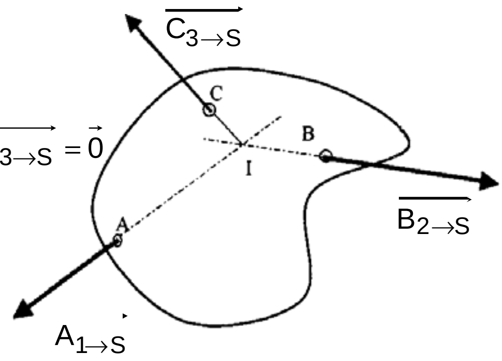
$\Rightarrow\ \cancel{\overrightarrow{M_{A,1\to S}}} + \cancel{\overrightarrow{IA}\wedge\overrightarrow{A_{1\to S}}} + \cancel{\overrightarrow{M_{B,2\to S}}} + \cancel{\overrightarrow{IB}\wedge\overrightarrow{B_{2\to S}}} + \cancel{\overrightarrow{M_{C,3\to S}}} + \overrightarrow{IC}\wedge\overrightarrow{C_{3\to S}} = \vec{0}$

$\Rightarrow\ \overrightarrow{IC}$ et $\overrightarrow{C_{3\to S}}$ colinéaires

Or $\overrightarrow{C_{3\to S}}$ passe par C

$\Rightarrow$ la droite d'action de $\overrightarrow{C_{3\to S}}$ passe également par I

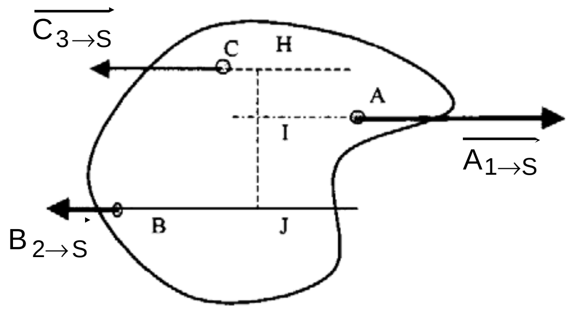
$\Rightarrow$ les 3 **glisseurs** sont **concourants** en un même point



2^ème^ cas : Si 2 glisseurs sont parallèles alors le 3^ème^ l'est aussi.

Si $\overrightarrow{A_{1\to S}}$ et $\overrightarrow{B_{2\to S}}$ sont parallèles,
l'équation de la résultante statique montre que
$\overrightarrow{C_{3\to S}}$ est parallèle aux 2 autres

$\Rightarrow$ les 3 **glisseurs** sont **parallèles**



Bilan.

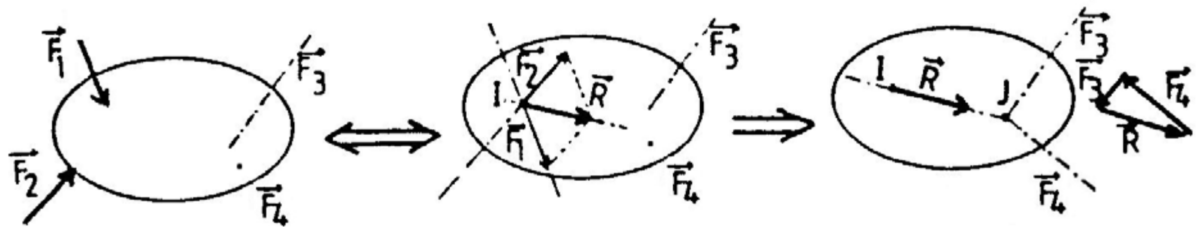
Si un système est en équilibre sous l'action de 3 glisseurs alors ces 3 glisseurs sont : • **coplanaires,** • **concourants ou parallèles,** • **de somme vectorielle nulle.**

Pour des glisseurs parallèles, on utilisera de préférence une résolution analytique en utilisant le théorème du moment statique et en calculant le moment par la méthode du bras de levier.

83) Solide soumis à 4 glisseurs.

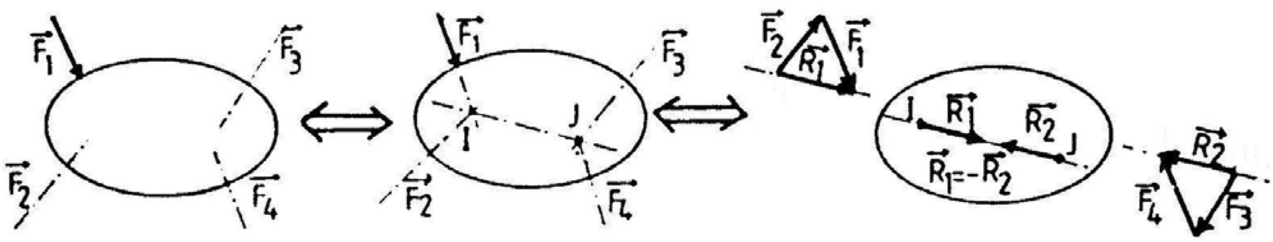
Avec 2 glisseurs complètement connus et 1 droite d'action connue.

Déterminer la résultante $\vec{R}$ des 2 glisseurs complètement connus, pour se ramener à un problème à 3 glisseurs.



Avec 1 glisseur complètement connu et toutes les droites d'action connues.

Grouper les glisseurs 2 à 2, pour se ramener à un problème à 2 glisseurs $\overrightarrow{R_1}$ et $\overrightarrow{R_2}$ opposés ayant la même droite d'action.



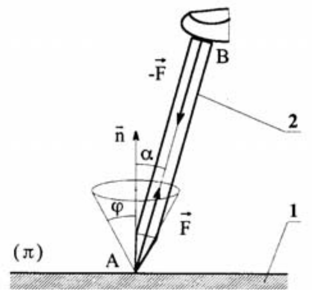
9) Notion d'arc-boutement.

Deux solides en contact sont dits arc-boutés l'un sur l'autre, sous l'effet d'actions mécaniques, si les deux solides restent immobiles l'un par rapport à l'autre, quelle que soit l'intensité de ces actions mécaniques.

Exemple d'un crayon contre une table

Un crayon 2 est appuyé contre le plan (π) d'une table 1 par le doigt d'une main. Si on néglige son poids, le crayon est en équilibre sous l'action de deux glisseurs opposés de droite d'action (AB).

Si l'inclinaison α de l'axe du crayon reste inférieure à l'angle d'adhérence limite φ, entre la mine et la table, alors la mine du crayon ne glissera pas sur la table, quelle que soit l'intensité F de l'action exercée par le doigt.



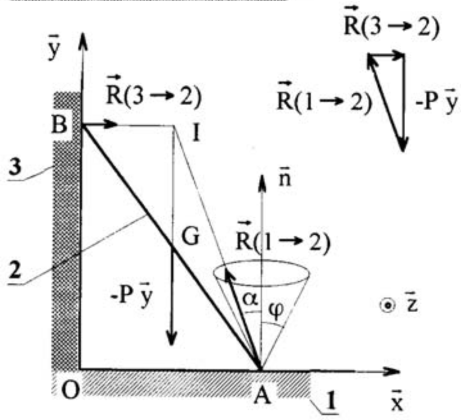
Exemple d'une échelle contre un mur

Une échelle 2, de centre de gravité G et de poids P, repose sur le sol 1 au point A et appuie contre le mur 3 au point B.
On suppose le contact en B sans frottement et en A avec frottement.

L'échelle est en équilibre sous l'action de trois glisseurs.

- en A : glisseur inconnu $\overrightarrow{R_{1\to2}}$,
- en B : glisseur $\overrightarrow{R_{3\to2}}$ de droite d'action normale au plan tangent,
- en G : poids $\vec{P}$ connu.

$\overrightarrow{R_{3\to2}}$ et $\vec{P}$ étant concourants au point I, $\overrightarrow{R_{1\to2}}$ a pour droite d'action (AI). Si l'inclinaison α de ce glisseur par rapport à la verticale reste inférieure à l'angle d'adhérence limite φ, l'échelle reste en équilibre quel que soit son poids.



10) Démarche de résolution.

Étape 1 : Isoler.

Isoler un système matériel rendant extérieure(s) la(les) action(s) mécanique(s) connue(s) tout en choisissant un isolement qui peut être résolu.

NB : On n'isole JAMAIS le bâti.

Étape 2 : BAME.

Réaliser le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME) appliquées à ce système.

Étape 3 : Modéliser.

Choisir la modélisation des AM adéquate. Soit par :

a) des torseurs dans une **écriture en colonne (pour déterminer TOUS les inconnus de liaison),**

b) des torseurs dans une **écriture en ligne (pour déterminer une loi entrée-sortie statique),**

c) des **glisseurs (pour déterminer les AM graphiquement).**

Étape 4 : Résoudre en appliquant les bons théorèmes.

Selon la modélisation choisie (a, b ou c), résoudre en appliquant :

a) le PFS : $\sum\left\{T_{\bar{S}\to S}\right\}=\left\{0\right\}$ en ayant pris soin auparavant d'exprimer AU MEME POINT les torseurs,

b) les théorèmes de la résultante statique ou/et du moment statique,

c) les théorèmes d'un solide soumis à 2 ou 3 glisseurs.

Exemple :

1) Isolons {1}.

2) Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME) sur {1}.

- Action mécanique de 2 sur 1 (pivot d'axe $(A,\vec{z})$)
- Action mécanique de 3 sur 1 (ponctuelle de centre B et de normale $\vec{y}$)

<table>
<tr><th colspan="2">3) Modélisables par :</th><th>4) Résolution :</th></tr>
<tr><td>a) Les torseurs (écriture en colonne)</td><td>

Si système dans l'espace :

$$\{T_{2\to1}\} = \underset{A}{\left\{\begin{matrix} X_{2\to1} & L_{A,2\to1}\\ Y_{2\to1} & M_{A,2\to1}\\ Z_{2\to1} & 0\end{matrix}\right\}}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

$$\{T_{3\to1}\} = \underset{\forall P\in(B,\vec{y})}{\left\{\begin{matrix} 0 & 0\\ Y_{3\to1} & 0\\ 0 & 0\end{matrix}\right\}}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

Ou si présence d'un problème plan $(A,\vec{x},\vec{y})$ **:**

$$\{T_{2\to1}\} = \underset{A}{\left\{\begin{matrix} X_{2\to1} & -\\ Y_{2\to1} & -\\ - & 0\end{matrix}\right\}}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

$$\{T_{3\to1}\} = \underset{\forall P\in(B,\vec{y})}{\left\{\begin{matrix} 0 & -\\ Y_{3\to1} & -\\ - & 0\end{matrix}\right\}}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

</td><td>

*1/Mettre les torseurs au même point et dans la **même base**.*
Choisir A car il est plus facile de déplacer AM de $3\to1$ que l'AM de $2\to1$.
Donc :
$\overrightarrow{M_{A,3\to1}} = \overrightarrow{M_{B,3\to1}} + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{R_{3\to1}}$
…

2/Puis appliquer le PFS : $\sum\{T_{\bar{1}\to1}\} = \{0\}$
qui donnera :
- 6 équations scalaires (dans l'espace)
- 3 équations scalaires (dans le plan)

</td></tr>
<tr><td>b) Les torseurs (écriture en ligne)</td><td>

Si système dans l'espace :

$$\{T_{2\to1}\} = \underset{A}{\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{R_{2\to1}}\\ \overrightarrow{M_{A,2\to1}}\end{matrix}\right\}} \text{ avec } \overrightarrow{M_{A,2\to1}}.\vec{z} = 0$$

$$\{T_{3\to1}\} = \underset{\forall P\in(B,\vec{y})}{\left\{\begin{matrix}Y_{3\to1}.\vec{y}\\ \vec{0}\end{matrix}\right\}}$$

Ou si présence d'un problème plan $(A,\vec{x},\vec{y})$ **:**

$$\{T_{2\to1}\} = \underset{A}{\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{R_{2\to1}}\\ \vec{0}\end{matrix}\right\}}$$

$$\{T_{3\to1}\} = \underset{\forall P\in(B,\vec{y})}{\left\{\begin{matrix}Y_{3\to1}.\vec{y}\\ \vec{0}\end{matrix}\right\}}$$

</td><td>

Pour la loi entrée-sortie, il faut s'appuyer sur $\overrightarrow{M_{A,2\to1}}.\vec{z} = 0$, c'est à dire appliquer directement le théorème du moment statique en A en projection suivant $\vec{z}$:
$\sum \overrightarrow{M_{A,\bar{1}\to1}}.\vec{z} = 0$

donc ici : $\overrightarrow{M_{A,2\to1}}.\vec{z} + \overrightarrow{M_{A,3\to1}}.\vec{z} = 0$

soit $\overrightarrow{M_{A,3\to1}}.\vec{z} = 0$

</td></tr>
<tr><td>c) Les glisseurs</td><td>

UNIQUEMENT pour un problème plan $(A,\vec{x},\vec{y})$

le glisseur $\overrightarrow{A_{2\to1}}$ passant par A

le glisseur $\overrightarrow{B_{3\to1}}$ passant par B

NB : $\overrightarrow{A_{2\to1}}$ et $\overrightarrow{B_{3\to1}}$ sont les 2 résultantes $\overrightarrow{R_{2\to1}}$ et $\overrightarrow{R_{3\to1}}$ des torseurs glisseurs de $2\to1$ en A et $3\to1$ en B.

</td><td>

{1} est en équilibre sous l'action de 2 glisseurs alors ces 2 glisseurs :

- sont opposés (même norme, même direction, sens contraire),
- et ont même droite d'action (passant par les points d'application).

</td></tr>
</table>