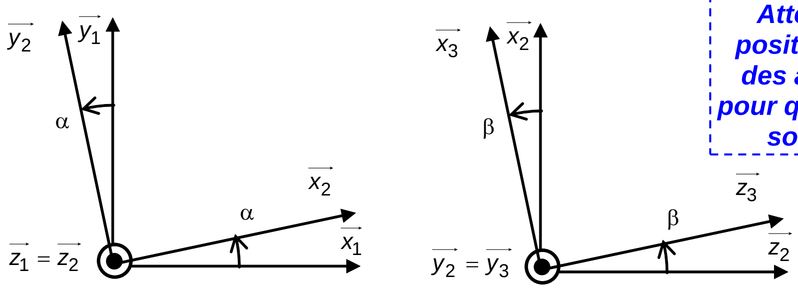
Corrigé Exercice 1 : CENTRIFUGEUSE DE LABORATOIRE.

Question 1 : *Réaliser les figures planes illustrant les 2 paramètres d'orientation α et β.*



Attention au positionnement des axes x et z pour que le trièdre soit direct.

Pour réaliser des figures planes, toujours commencer par tracer le vecteur commun aux 2 bases, puis placer les autres vecteurs de façon à obtenir des trièdres directs.

Question 2 : *Déterminer le vecteur $\overrightarrow{O_1A_3}$.*

$$\overrightarrow{O_1A_3} = \overrightarrow{O_1O_2} + \overrightarrow{O_2O_3} + \overrightarrow{O_3A_3}$$

$$\boxed{\overrightarrow{O_1A_3} = h.\vec{z_1} + R.\vec{x_2} + \ell.\vec{x_3}}$$

Question 3 : *Déterminer la norme de $\overrightarrow{O_1A_3}$.*

Pour calculer une norme, il faut définir le vecteur dans une seule base ! Ainsi, **nous réaliserons des projections uniquement si vous avez ce calcul de norme à effectuer.**

$$\overrightarrow{O_1A_3} = h.\vec{z_1} + R.\vec{x_2} + \ell.\vec{x_3}$$

$$\overrightarrow{O_1A_3} = h.\vec{z_2} + R.\vec{x_2} + \ell.(\cos\beta.\vec{x_2} - \sin\beta.\vec{z_2})$$

$$\overrightarrow{O_1A_3} = (R + \ell.\cos\beta).\vec{x_2} + (h - \ell.\sin\beta).\vec{z_2}$$

$$\boxed{\left\|\overrightarrow{O_1A_3}\right\| = \sqrt{(R + \ell.\cos\beta)^2 + (h - \ell.\sin\beta)^2}}$$

Question 4 : *Déterminer les produits vectoriels suivants : $\vec{x_2} \wedge \vec{x_1}$, $\vec{x_1} \wedge \vec{y_2}$, $\vec{x_2} \wedge \vec{z_1}$, $\vec{x_3} \wedge \vec{z_1}$, $\vec{z_3} \wedge \vec{z_1}$, $\vec{x_1} \wedge \vec{x_3}$ et $\vec{y_1} \wedge \vec{z_3}$.*

$$\vec{x_2} \wedge \vec{x_1} = -\sin\alpha.\vec{z_1}$$

$$\vec{x_1} \wedge \vec{y_2} = +\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha).\vec{z_1}$$

$$\vec{x_2} \wedge \vec{z_1} = \vec{x_2} \wedge \vec{z_2} = -\vec{y_2}$$

$$\vec{x_3} \wedge \vec{z_1} = \vec{x_3} \wedge \vec{z_2} = -\sin(\frac{\pi}{2} + \beta).\vec{y_2}$$

$$\vec{z_3} \wedge \vec{z_1} = \vec{z_3} \wedge \vec{z_2} = -\sin\beta.\vec{y_2}$$

$$\vec{x_1} \wedge \vec{x_3} = (\cos\alpha.\vec{x_2} - \sin\alpha.\vec{y_2}) \wedge \vec{x_3} = \cos\alpha.\sin\beta.\vec{y_2} + \sin\alpha.\vec{z_3}$$

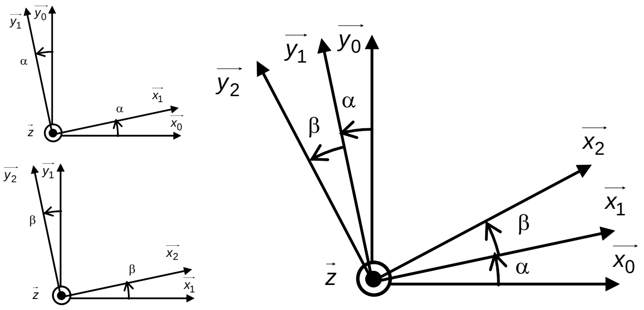
$$\vec{y_1} \wedge \vec{z_3} = \vec{y_1} \wedge (\cos\beta.\vec{z_2} + \sin\beta.\vec{x_2}) = \cos\beta.\vec{x_1} - \sin\beta.\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha).\vec{z_1}$$

On ne projette JAMAIS pour réaliser un produit vectoriel de 2 vecteurs situés dans la même figure plane : Le résultat est immédiat.

Corrigé Exercice 2 : ROBOT ERICC 3.

Question 1 : *Réaliser les figures planes illustrant les 2 paramètres d'orientation α et β.*

Si 2 figures planes ont le même vecteur commun, alors regrouper ces 2 figures sur la même figure.



Question 2 : *Déterminer le vecteur $\overrightarrow{OB}$.*

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = a.\vec{x_1} + b.\vec{x_2}$$

Question 3 : *Déterminer la norme de $\overrightarrow{OB}$.*

$$\overrightarrow{OB} = a.\vec{x_1} + b.\vec{x_2} = a.\vec{x_1} + b.(\cos\beta.\vec{x_1} + \sin\beta.\vec{y_1}) = (a + b.\cos\beta).\vec{x_1} + b.\sin\beta.\vec{y_1}$$

$$\left\|\overrightarrow{OB}\right\| = \sqrt{[a + b.\cos\beta]^2 + [b.\sin\beta]^2} \qquad \text{donc} \qquad \left\|\overrightarrow{OB}\right\| = \sqrt{a^2 + 2.a.b.\cos\beta + b^2}$$

Question 4 : *Déterminer, en fonction de α, β et δ les produits vectoriels suivants : $\vec{x_0} \wedge \vec{x_1}$, $\vec{x_0} \wedge \vec{x_2}$, $\vec{y_0} \wedge \vec{x_1}$, $\vec{y_0} \wedge \vec{x_2}$, $\vec{x_0} \wedge \vec{y_1}$, $\vec{x_0} \wedge \vec{y_2}$, $\vec{y_0} \wedge \vec{y_1}$, $\vec{y_0} \wedge \vec{y_2}$, $\vec{x_0} \wedge \vec{w}$, $\vec{y_0} \wedge \vec{w}$, $\vec{x_1} \wedge \vec{w}$ et $\vec{y_1} \wedge \vec{w}$.*

$$\vec{x_0} \wedge \vec{x_1} = +\sin\alpha.\vec{z} \qquad \vec{x_0} \wedge \vec{x_2} = +\sin(\alpha + \beta).\vec{z}$$

$$\vec{y_0} \wedge \vec{x_1} = -\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha).\vec{z} = -\cos\alpha.\vec{z} \qquad \vec{y_0} \wedge \vec{x_2} = -\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha - \beta).\vec{z} = -\cos(\alpha + \beta).\vec{z}$$

$$\vec{x_0} \wedge \vec{y_1} = +\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha).\vec{z} = +\cos\alpha.\vec{z} \qquad \vec{x_0} \wedge \vec{y_2} = +\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha + \beta).\vec{z} = +\cos(\alpha + \beta).\vec{z}$$

$$\vec{y_0} \wedge \vec{y_1} = +\sin\alpha.\vec{z} \qquad \vec{y_0} \wedge \vec{y_2} = +\sin(\alpha + \beta).\vec{z}$$

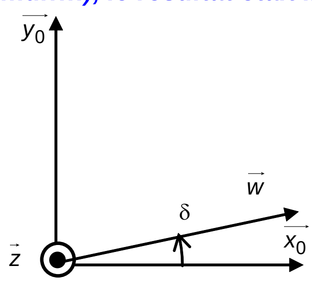
$$\vec{x_0} \wedge \vec{w} = \sin\delta.\vec{z}$$

$$\vec{y_0} \wedge \vec{w} = -\sin(\frac{\pi}{2} - \delta).\vec{z}$$

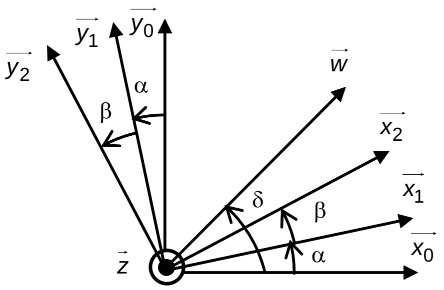
$$\vec{x_1} \wedge \vec{w} = \vec{x_1} \wedge (\cos\delta.\vec{x_0} + \sin\delta.\vec{y_0}) = (-\cos\delta.\sin\alpha + \sin\delta.\cos\alpha).\vec{z} = \sin(\delta - \alpha).\vec{z}$$

$$\vec{y_1} \wedge \vec{w} = \vec{y_1} \wedge (\cos\delta.\vec{x_0} + \sin\delta.\vec{y_0}) = (-\cos\delta.\cos\alpha - \sin\delta.\sin\alpha).\vec{z} = -\cos(\delta - \alpha).\vec{z}$$

Si nous avions réalisé la dernière figure plane sur la 1ère figure (car elles avaient le même vecteur commun…), le résultat était immédiat.

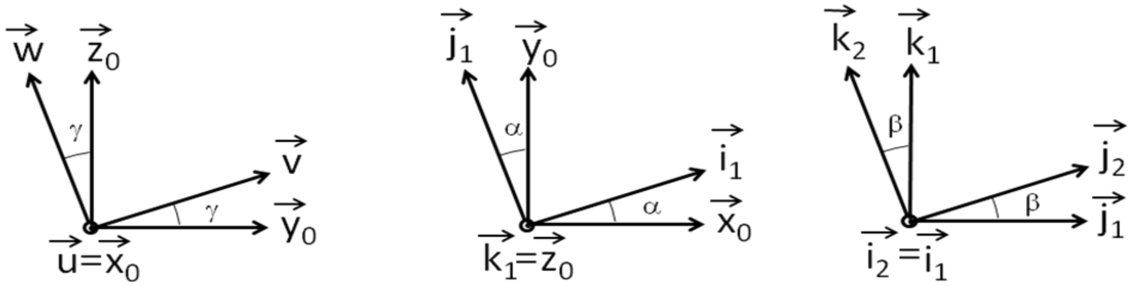


$\Longrightarrow$



Corrigé Exercice 3 : VTT ROCKRIDER

Question 1 : *Dessiner toutes les figures de changement de base.*



*Pour dessiner les figures de changement de base, **il faut utiliser la description « littérale » du paramétrage** et ne pas trop s'inspirer des repères qui apparaissent sur le schéma cinématique car les paramètres de mouvement peuvent y apparaître mal orientés !*

Question 2 : *Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AF}$.*

$$\overrightarrow{AF} = (d+f)\cdot\vec{u} + e\cdot\vec{v}$$

Question 3 : *Déterminer le vecteur $\overrightarrow{V_F} = \overrightarrow{FA} \wedge \omega_p \cdot \overrightarrow{x_0}$*

$$\overrightarrow{V_F} = \overrightarrow{FA} \wedge \omega_p \cdot \overrightarrow{x_0}$$
$$\overrightarrow{V_F} = \left[-(d+f)\cdot\vec{u} - e\cdot\vec{v}\right] \wedge \omega_p \cdot \overrightarrow{x_0}$$
$$\overrightarrow{V_F} = \left[-(d+f)\cdot\vec{u} - e\cdot\vec{v}\right] \wedge \omega_p \cdot \vec{u}$$
$$\overrightarrow{V_F} = \left[-(d+f)\cdot\vec{u}\right] \wedge \omega_p \cdot \vec{u} - e\cdot\vec{v} \wedge \omega_p \cdot \vec{u}$$
$$\overrightarrow{V_F} = e\cdot\omega_p \cdot \vec{w}$$

Sans le savoir, vous venez de déterminer la vitesse du point F (l'extrémité de la pédale) dans son mouvement par rapport au cadre.
ω_p correspondant à la vitesse de rotation du pédalier par rapport au cadre.

Question 4 : *Déterminer le vecteur $\overrightarrow{V_H} = \overrightarrow{HO_2} \wedge \left(\omega_f \cdot \overrightarrow{z_0} + \omega_r \cdot \overrightarrow{i_1}\right)$*

$$\overrightarrow{V_H} = \overrightarrow{HO_2} \wedge \left(\omega_f \cdot \overrightarrow{z_0} + \omega_r \cdot \overrightarrow{i_1}\right)$$
$$\overrightarrow{V_H} = -r\cdot\overrightarrow{j_2} \wedge \left(\omega_f \cdot \overrightarrow{z_0} + \omega_r \cdot \overrightarrow{i_1}\right)$$
$$\overrightarrow{V_H} = -r\cdot\overrightarrow{j_2} \wedge \omega_f \cdot \overrightarrow{z_0} - r\cdot\overrightarrow{j_2} \wedge \omega_r \cdot \overrightarrow{i_1}$$
$$\overrightarrow{V_H} = -r\cdot\omega_f \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}-\beta\right)\cdot\overrightarrow{i_1} + r\cdot\omega_r \cdot \overrightarrow{k_2}$$
$$\overrightarrow{V_H} = -r\cdot\omega_f \cdot \cos\beta\cdot\overrightarrow{i_1} + r\cdot\omega_r \cdot \overrightarrow{k_2}$$

Sans le savoir, vous venez de déterminer la vitesse du point H (la valve de la chambre à air, par exemple) dans son mouvement par rapport au cadre.
ω_r et ω_f correspondants aux vitesses de rotation de la roue, respectivement de la fourche, par rapport au cadre.