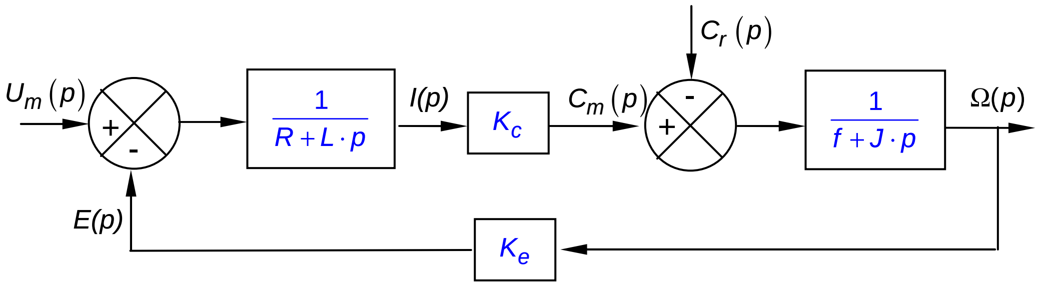
TP 04.1 Moteur à courant continu (Did'Acsyde) Corrigé

1) Objectifs du TP.

2) Modélisation générale d'un moteur à courant continu.

Question 1 : *Les conditions initiales étant nulles, écrire les transformées de Laplace des équations (1) à (4) ci-dessus. En déduire les 4 fonctions de transfert du schéma-bloc ci-dessous. Enfin, compléter ce schéma-bloc.*

Loi d'Ohm dans le circuit d'induit	$U_m(p) = E(p) + R \cdot I(p) + L \cdot p \cdot I(p)$	$\frac{I(p)}{U_m(p) - E(p)} = \frac{1}{R + L \cdot p}$
Équations de l'électromagnétisme dans le moteur	$E(p) = K_e \cdot \Omega(p)$ $C_m(p) = K_c \cdot I(p)$	$\frac{E(p)}{\Omega(p)} = K_e$ $\frac{C_m(p)}{I(p)} = K_c$
Équation de la dynamique de l'arbre moteur	$C_m(p) - C_r(p) - f \cdot \Omega(p) = J \cdot p \cdot \Omega(p)$	$\frac{\Omega(p)}{C_m(p) - C_r(p)} = \frac{1}{f + J \cdot p}$



NB : ce schéma-bloc ne représente pas un système asservi mais seulement la modélisation d'un moteur à courant continu. la boucle de retour n'est pas une boucle d'asservissement.

3) Réponse à un échelon de tension du moteur RX120L perturbé par un couple résistant.

31) Données.

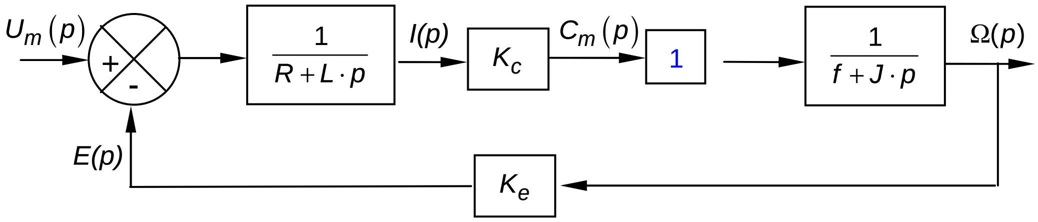
32) Recherche de ω(+∞) par le calcul.

Question 2 : *Exprimer de façon littérale la fonction de transfert* $\left.\frac{\Omega(p)}{U_m(p)}\right|_{C_r(p)=0}$ *(sans perturbation).*

Exprimer de façon littérale la fonction de transfert $\left.\frac{\Omega(p)}{C_r(p)}\right|_{U_m(p)=0}$.

En déduire l'expression de $\Omega(p)$ *en fonction de* $U_m(p)$ *et* $C_r(p)$ *(superposition des deux entrées).*

Si $C_r(p)=0$ alors le schéma est similaire à :



$$\left.\frac{\Omega(p)}{U_m(p)}\right|_{C_r(p)=0}=\frac{\frac{1}{R+L\cdot p}\cdot K_c\cdot\frac{1}{f+J\cdot p}}{1+K_e\cdot\frac{1}{R+L\cdot p}\cdot K_c\cdot\frac{1}{f+J\cdot p}}$$

On multiplie le numérateur et le dénominateur, par le dénominateur du dénominateur…

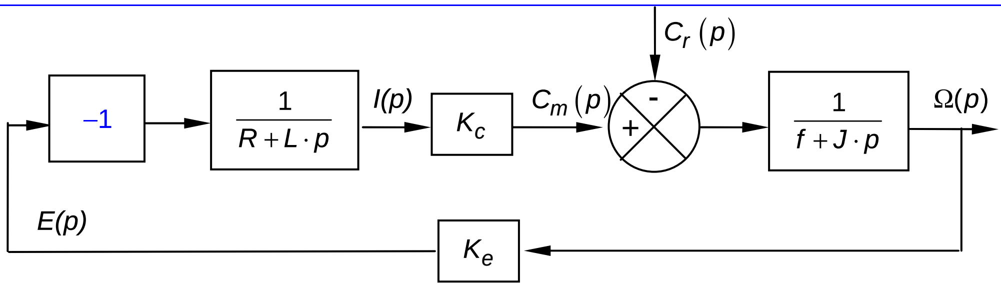
$$\left.\frac{\Omega(p)}{U_m(p)}\right|_{C_r(p)=0}=\frac{K_c}{(R+L\cdot p)\cdot(f+J\cdot p)+K_e\cdot K_c}$$

$$\left.\frac{\Omega(p)}{U_m(p)}\right|_{C_r(p)=0}=\frac{K_c}{R\cdot f+R\cdot J\cdot p+L\cdot f\cdot p+L\cdot J\cdot p^2+K_e\cdot K_c}$$

$$\left.\frac{\Omega(p)}{U_m(p)}\right|_{C_r(p)=0}=\left(\frac{K_c}{R\cdot f+K_e\cdot K_c}\right)\cdot\left(\frac{1}{1+\frac{R\cdot J+L\cdot f}{R\cdot f+K_e\cdot K_c}\cdot p+\frac{L\cdot J}{R\cdot f+K_e\cdot K_c}\cdot p^2}\right)=F_1(p)$$

Ainsi si $C_r(p)=0$ alors $\boxed{\Omega(p)=F_1(p)\cdot U_m(p)}$

Si $U_m(p)=0$ alors le schéma est similaire à :



$$\left.\frac{\Omega(p)}{C_r(p)}\right|_{U_m(p)=0}=\frac{(-1)\cdot\frac{1}{f+J\cdot p}}{1-K_e\cdot(-1).\frac{1}{R+L\cdot p}\cdot K_c\cdot\frac{1}{f+J\cdot p}}$$

On multiplie le numérateur et le dénominateur, par le dénominateur du dénominateur…

$$\left.\frac{\Omega(p)}{C_r(p)}\right|_{U_m(p)=0}=\frac{-(R+L\cdot p)}{(R+L\cdot p)\cdot(f+J\cdot p)+K_e\cdot K_c}$$

$$\left.\frac{\Omega(p)}{C_r(p)}\right|_{U_m(p)=0}=\frac{-R-L\cdot p}{(R\cdot f+R\cdot J\cdot p+L\cdot f\cdot p+L\cdot J\cdot p^2)+K_e\cdot K_c}$$

$$\left.\frac{\Omega(p)}{C_r(p)}\right|_{U_m(p)=0}=\left(\frac{-R}{R\cdot f+K_e\cdot K_c}\right)\cdot\left(\frac{1+\frac{L}{R}\cdot p}{1+\frac{R\cdot J+L\cdot f}{R\cdot f+K_e\cdot K_c}.p+\frac{L\cdot J}{R\cdot f+K_e\cdot K_c}\cdot p^2}\right)=F_2(p)$$

Ainsi si $U_m(p)=0$ alors $\boxed{\Omega(p)=F_2(p)\cdot C_r(p)}$

Si $C_r(p)\neq 0$ et $U_m(p)\neq 0$ alors : $\boxed{\Omega(p)=F_1(p).U_m(p)+F_2(p).C_r(p)}$ (théorème de superposition)

Question 3 : *Donner l'expression de* $\omega(+\infty) = \lim\limits_{t \to +\infty} \omega(t)$ *lorsque* $u_m(t) = U_{m0}$ *(constante) et* $c_r(t) = C_{r0}$ *(constante).*

$u_m(t) = U_{m0}$ (constante) et $c_r(t) = C_{r0}$ (constante) $\Leftrightarrow$ $U_m(p) = \dfrac{U_{m0}}{p}$; $C_r(p) = \dfrac{C_{r0}}{p}$

$$\omega(+\infty) = \lim_{t \to +\infty} \omega(t) = \lim_{p \to 0} p \cdot \Omega(p) = \lim_{p \to 0} p \cdot \left[F_1(p) \cdot \frac{U_{m0}}{p} + F_2(p) \cdot \frac{C_{r0}}{p} \right] = \lim_{p \to 0} \left[F_1(p) \cdot U_{m0} + F_2(p) \cdot C_{r0} \right]$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\omega(+\infty) = \frac{K_c \cdot U_{m0} - R \cdot C_{r0}}{R \cdot f + K_e \cdot K_c}}$$

Question 4 : *Vérifier que* $K_c \cdot U_{m0}$ *et* $R \cdot C_{r0}$ *sont de même dimension, ainsi que* $R \cdot f$ *et* $K_e \cdot K_c$ *.*

Rappel : à l'aide d'équations de base, on connaît la correspondance entre certaines unités :

$$P = m \cdot g \quad \Rightarrow \quad N = kg \cdot m \cdot s^{-2}$$
$$u = R \cdot i \quad \Rightarrow \quad V = \Omega \cdot A$$
$$u = L \cdot \frac{di}{dt} \quad \Rightarrow \quad V = H \cdot A \cdot s^{-1}$$

S'il n'y a pas d'unité, indiquer « sans unité », ou « sans dimension ».

Ainsi $K_c \cdot U_{m0}$ est en $\dfrac{N \cdot m}{A} \cdot V$ et $R \cdot C_{r0}$ en $\Omega \cdot N \cdot m = \dfrac{V}{A} \cdot N \cdot m$ $\Rightarrow$ on peut donc les additionner…

Et $R \cdot f$ est en $\Omega \cdot \dfrac{N \cdot m}{rad \cdot s^{-1}}$ et $K_e \cdot K_c$ en $\dfrac{V}{rad \cdot s^{-1}} \cdot \dfrac{N \cdot m}{A} = \Omega \cdot \dfrac{N \cdot m}{rad \cdot s^{-1}}$ $\Rightarrow$ on peut donc les additionner…

Question 5 : *Faire l'application numérique pour les 2 valeurs de* C_{r0} *(0 et 0,3 N.m).*

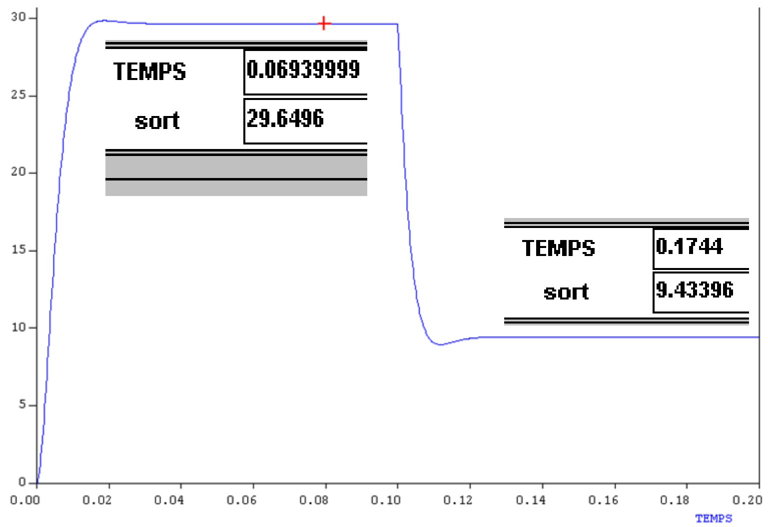
$R = 2{,}5\ \Omega$; $L = 0{,}0075\ H$; $J = 0{,}00005\ kg \cdot m^2$; $Kc = 0{,}11\ N \cdot m / A$;

$$Ke = \frac{11{,}5\ V}{1000\ tr / \min} = \frac{11{,}5\ V}{1000.2\pi\ rad / 60\ s} = 0{,}11\ V / (rad / s)$$

Ainsi $\boxed{\omega(+\infty) \approx 29{,}6\ rad / s}$ pour $C_{r0} = 0$ et $\boxed{\omega(+\infty) \approx 9{,}4\ rad / s}$ pour $C_{r0} = 0{,}3$

33) Recherche de ω(+∞) à l'aide du logiciel Did'Acsyde.

Question 6 : *Comparer vos valeurs de* $\omega(+\infty)$ *par rapport à celles déterminées par le calcul.*



Le logiciel retrouve bien les mêmes valeurs déterminées par le calcul. Ce qui est normal, car la simulation réalise les mêmes calculs…

34) Conclusion.

Question 7 : *Conclure au sujet de ce moteur ?*

Nous observons qu'une seule petite oscillation, donc nous pouvons conclure que le système reste stable.
Nous observons un temps de réponse de 0,01 s, mais comparé à aucun autre système, nous ne pouvons conclure sur la rapidité.
Comme la sortie $\omega(t)$ est en rad/s et l'entrée $u_m(t)$ en volt, nous ne pouvons rien dire sur la précision.
Surtout ne pas affirmer que le système est précis car nous avons envoyé 10 et qu'il tend vers 10. Il faut aussi s'interroger sur les unités…
Nous pouvons observer que la vitesse chute énormément à l'apparition de la 2ème entrée C_r. Ainsi, nous pouvons conclure que le **moteur est très sensible aux perturbations**.

4) Asservissement en vitesse.

41) Construction d'une entrée en rad/s et d'un transducteur.

Question 8 : *Par conséquent que doit valoir la fonction de transfert du transducteur ?*

$\boxed{trans(p) = \dfrac{10}{29,6}}$ car $U_c(p) = trans(p) \cdot \Omega_c(p)$

42) Construction d'une boucle de retour avec un capteur.

Question 9 : *Déterminer la fonction de transfert du capteur pour que $\varepsilon(p)$ soit l'image en tension de l'erreur en position $\Omega_c(p) - \Omega(p)$.*

Pour que $\varepsilon(p)$ soit l'image de l'erreur, il faut que $\boxed{\varepsilon(p) = K \cdot Er(p) = K \cdot \left[\Omega_c(p) - \Omega(p)\right]}$ ($\varepsilon(p)$ est proportionnel à l'erreur)
Or ici, $\varepsilon(p) = U_c(p) - U_{mes}(p) = trans(p) \cdot \Omega_c(p) - cap(p) \cdot \Omega(p)$
Donc la seule possibilité de vérifier que $\varepsilon(p)$ soit l'image de l'erreur, est que $\boxed{cap(p) = trans(p)}$.

43) Choix d'un correcteur.

Étude à l'aide d'un correcteur proportionnel.
Question 10 : *Conclure sur l'effet du gain K du correcteur proportionnel.*

Plus on augmente le gain du correcteur proportionnel, plus le système devient précis et rapide, tout en devenant de moins en moins stable…

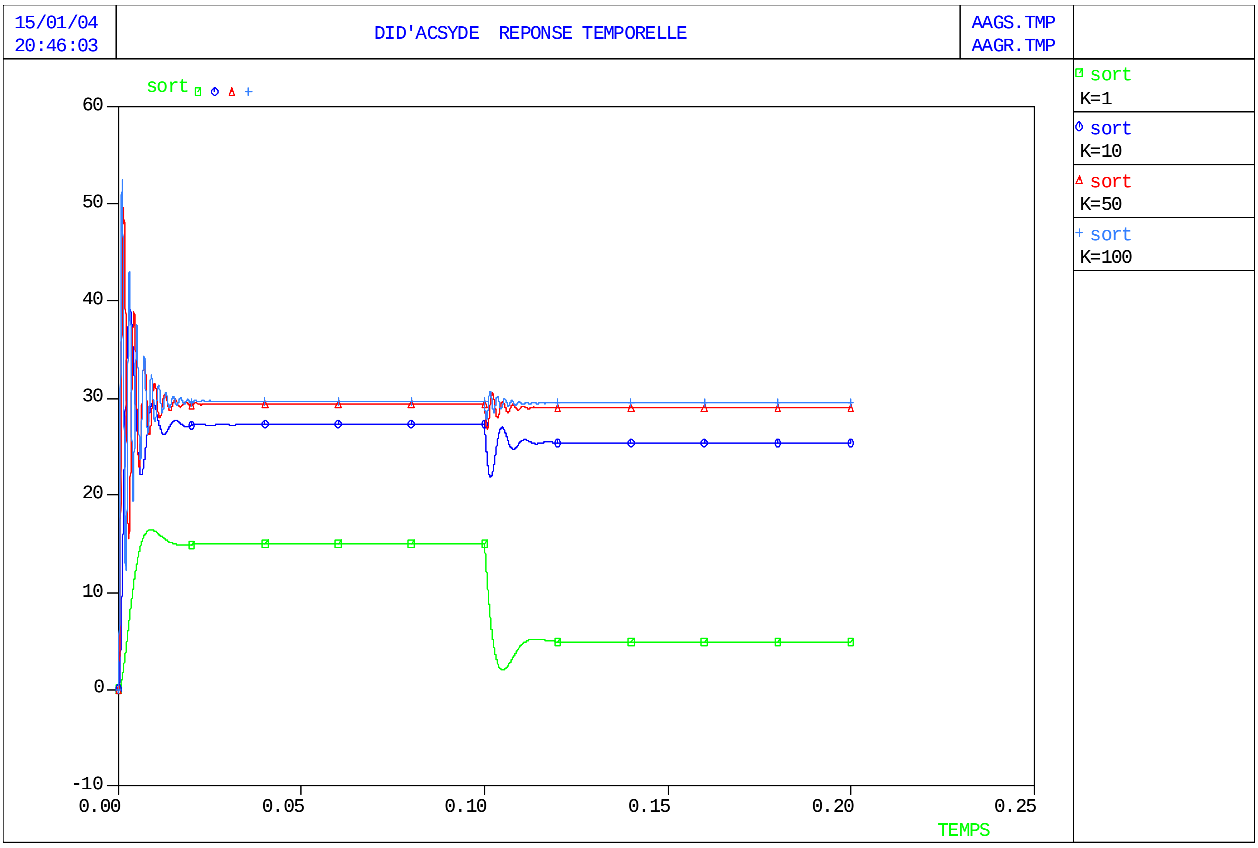
Étude à l'aide d'un correcteur intégral.
Question 11 : *Conclure sur l'effet du gain K du correcteur intégral.*

Plus on augmente le gain du correcteur intégral, plus le système devient rapide, tout en devenant de moins en moins stable…
En revanche, nous pouvons remarquer que pour les gains 50 et 100, le correcteur intégral à supprimer totalement l'erreur, et donc le système est totalement précis.

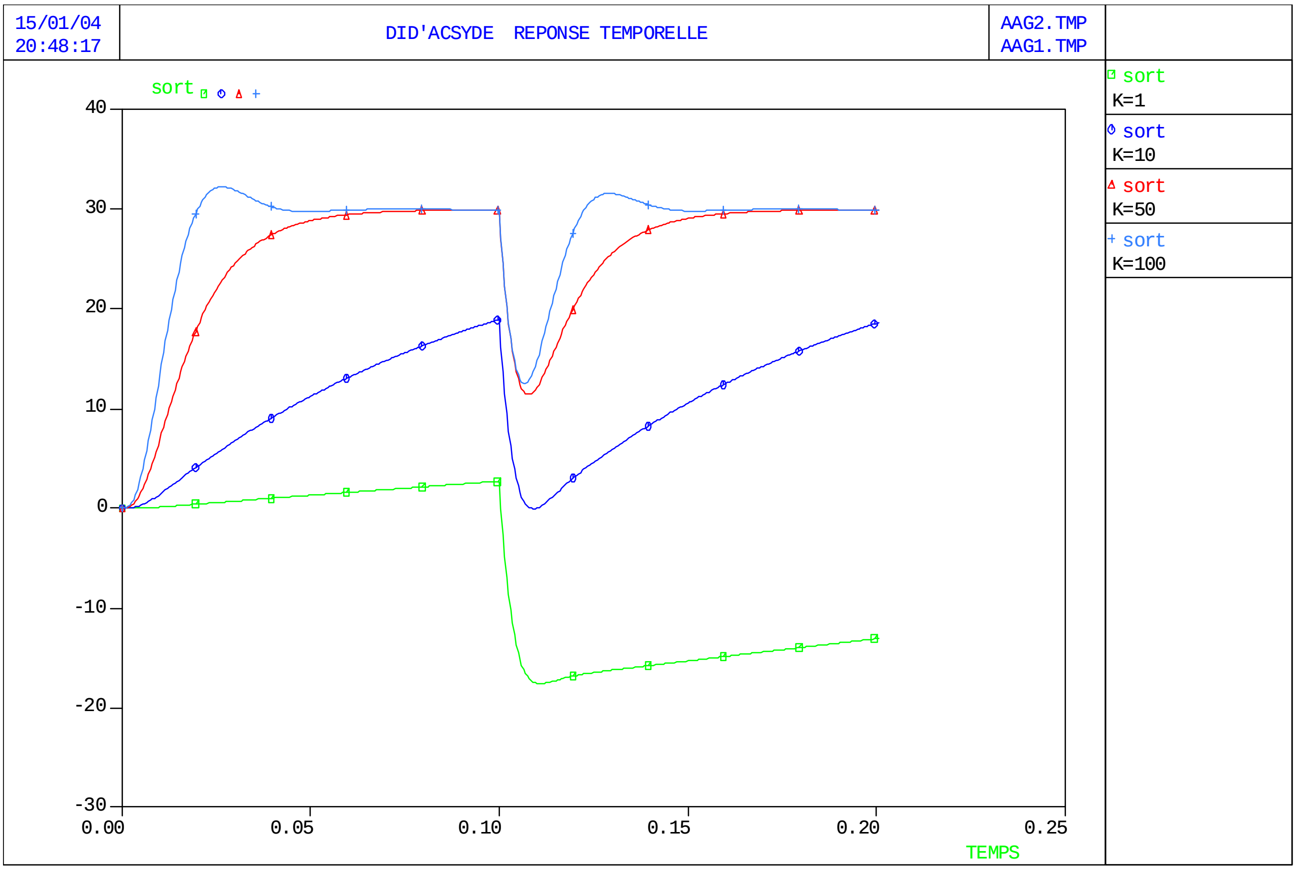
Conclusion.
Question 12 : *Choisir le meilleur correcteur pour ce moteur.*

Par tâtonnement, on pourrait choisir un correcteur intégral avec K=80. Encore faudrait-il connaître parfaitement le cahier des charges !!! C'est à dire s'il vaut mieux plus de rapidité, ou plus de précision ou plus de stabilité ????

Correcteur proportionnel K.



Correcteur proportionnel intégral K/p.



AVANT DE PARTIR, RANGER LE POSTE