TP 06.1 Commande d'une parabole de radar de poursuite (Did'Acsyde) Corrigé

1) Objectifs du TP.

2) Présentation.

3) Schéma-bloc du système en boucle ouverte : le processus.

Question 1 : *Donner donc cette relation temporelle générale qui relie vitesse et position. En déduire la fonction de transfert* $\dfrac{\Theta_m(p)}{\Omega_m(p)}$.

$$\omega_m(t)=\frac{d\theta_m(t)}{dt} \xrightarrow{L} \Omega_m(p)=p\cdot\Theta_m(p) \Leftrightarrow \boxed{F_2(p)=\frac{\Theta_m(p)}{\Omega_m(p)}=\frac{1}{p}}$$

Question 2 : *Montrer que, si les conditions initiales sont nulles, le système peut être modélisé sous la forme du schéma fonctionnel ci-dessous (figure 3).*
Déterminer les expressions de $F_1(p)$, $F_2(p)$ et $F_3(p)$ et les mettre sous forme canonique.

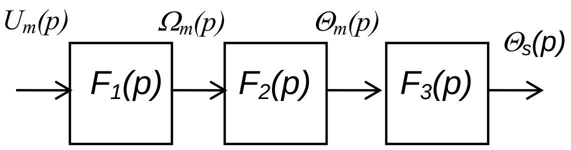


FIG 3 Moteur Intégrateur Réducteur

$$\theta_m(t)=r\cdot\theta_s(t) \xrightarrow{L} \Theta_m(p)=r\cdot\Theta_s(p) \Leftrightarrow \boxed{F_3(p)=\frac{\Theta_s(p)}{\Theta_m(p)}=\frac{1}{r}}$$

$$\begin{cases} u_m(t)=R\cdot i(t)+e(t) \xrightarrow{L} U_m(p)=R\cdot I(p)+E(p) \\ c_m(t)=J\cdot\dfrac{d\omega_m(t)}{dt} \xrightarrow{L} C_m(p)=J\cdot p\cdot\Omega_m(p) \\ c_m(t)=K_m\cdot i(t) \xrightarrow{L} C_m(p)=K_m\cdot I(p) \\ e(t)=K_e\cdot\omega_m(t) \xrightarrow{L} E(p)=K_e\cdot\Omega_m(p) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow U_m(p)=R\cdot\frac{C_m(p)}{K_m}+K_e\cdot\Omega_m(p)$$

$$\Leftrightarrow U_m(p)=R\cdot\frac{J\cdot p\cdot\Omega_m(p)}{K_m}+K_e\cdot\Omega_m(p)$$

$$\Leftrightarrow U_m(p)=\left(\frac{R\cdot J\cdot p+K_e\cdot K_m}{K_m}\right)\cdot\Omega_m(p)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}=\frac{K_m}{R\cdot J\cdot p+K_e\cdot K_m}=\frac{K_m}{K_e\cdot K_m}\cdot\frac{1}{1+\dfrac{R\cdot J}{K_e\cdot K_m}p}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{F_1(p)=\frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}=\frac{1}{K_e}\cdot\frac{1}{1+\dfrac{R\cdot J}{K_e\cdot K_m}\cdot p}} \Leftrightarrow \boxed{AN:\ F_1(p)=\frac{2}{1+0{,}04\cdot p}}$$

4) Asservissement en position.

41) Schéma-bloc du système asservi en position.

Question 3 : *Quelles sont les unités de α ?*

$\boxed{\alpha \text{ est en V/rad}}$ car à la sortie du bloc α, on doit avoir des V et à l'entrée on a des rad.

Question 4 : *Quelle doit être la fonction de transfert de l'interface homme/machine pour que $\varepsilon(p)$ soit l'image de l'erreur ?*

Pour que $\varepsilon(p)$ soit l'image de l'erreur, il faut que $\boxed{\varepsilon(p) = K \cdot Er(p) = K \cdot \left[\Theta_e(p) - \Theta_S(p)\right]}$ ($\varepsilon(p)$ est proportionnel à l'erreur)
Or ici, $\varepsilon(p) = U_c(p) - U_{mes}(p) = F_{IH/M}(p) \cdot \Theta_c(p) - \alpha \cdot \Theta_s(p)$
Donc la seule possibilité de vérifier que $\varepsilon(p)$ soit l'image de l'erreur, est que $\boxed{F_{IH/M}(p) = \alpha}$.

42) Fonction de transfert du système asservi en position.

Question 5 : *Déterminer en fonction de $\alpha, r, R, J, A, K_e, K_m$ l'expression de la fonction de transfert* $F(p) = \dfrac{\Theta_s(p)}{\Theta_e(p)}$.

Formule de Black :

$$F(p) = \frac{\Theta_s(p)}{\Theta_e(p)} = \frac{\alpha \cdot A \cdot \dfrac{1}{K_e} \cdot \dfrac{1}{1+\dfrac{R \cdot J}{K_e \cdot K_m} \cdot p} \cdot \dfrac{1}{p} \cdot \dfrac{1}{r}}{1 + \alpha \cdot A \cdot \dfrac{1}{K_e} \cdot \dfrac{1}{1+\dfrac{R \cdot J}{K_e \cdot K_m} \cdot p} \cdot \dfrac{1}{p} \cdot \dfrac{1}{r}} = \frac{\alpha \cdot A}{K_e \cdot \left(1 + \dfrac{R \cdot J}{K_e \cdot K_m} \cdot p\right) \cdot p \cdot r + \alpha \cdot A} = \frac{\alpha \cdot A}{\alpha \cdot A} \cdot \frac{1}{1 + \dfrac{K_e \cdot r}{\alpha \cdot A} \cdot p + \dfrac{R \cdot J \cdot r}{\alpha \cdot A \cdot K_m} \cdot p^2}$$

$$\boxed{F(p) = \frac{\Theta_s(p)}{\Theta_e(p)} = \frac{1}{1 + \dfrac{K_e \cdot r}{\alpha \cdot A} . p + \dfrac{R \cdot J \cdot r}{\alpha \cdot A \cdot K_m} \cdot p^2}}$$

Question 6 : *En déduire l'expression littérale de ses paramètres caractéristiques.*

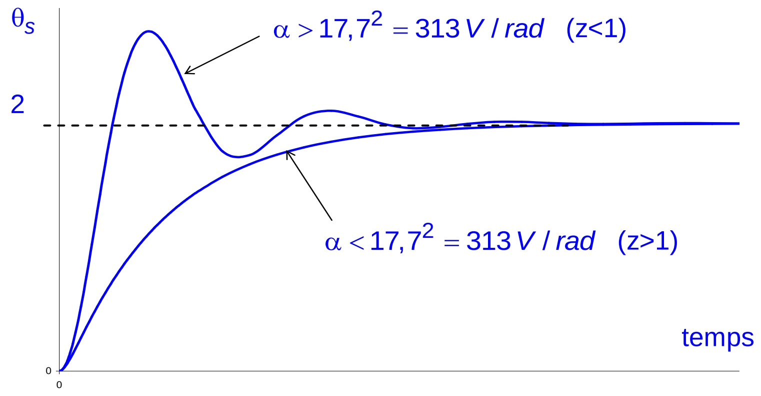
$\boxed{K = 1}$, $\boxed{\omega_0 = \sqrt{\dfrac{\alpha \cdot A \cdot K_m}{R \cdot J \cdot r}}}$ et $\dfrac{2z}{\omega_0} = \dfrac{K_e \cdot r}{\alpha \cdot A}$ donc $\boxed{z = \dfrac{K_e}{2} \sqrt{\dfrac{K_m \cdot r}{R \cdot J \cdot \alpha \cdot A}}}$

Question 7 : *Faire l'application numérique de ces paramètres caractéristiques (en fonction de α).*

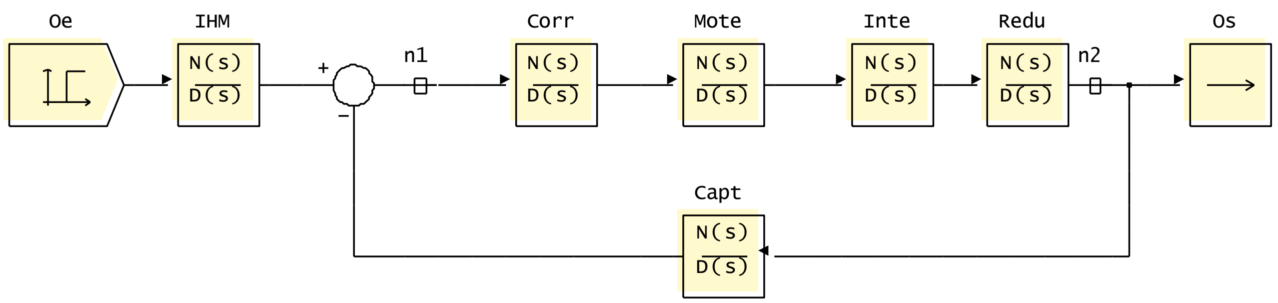
$\boxed{K = 1}$, $\boxed{\omega_0 = 0{,}707\sqrt{\alpha}}$ et $\boxed{z = \dfrac{17{,}7}{\sqrt{\alpha}}}$

43) Réponse du système à un échelon.

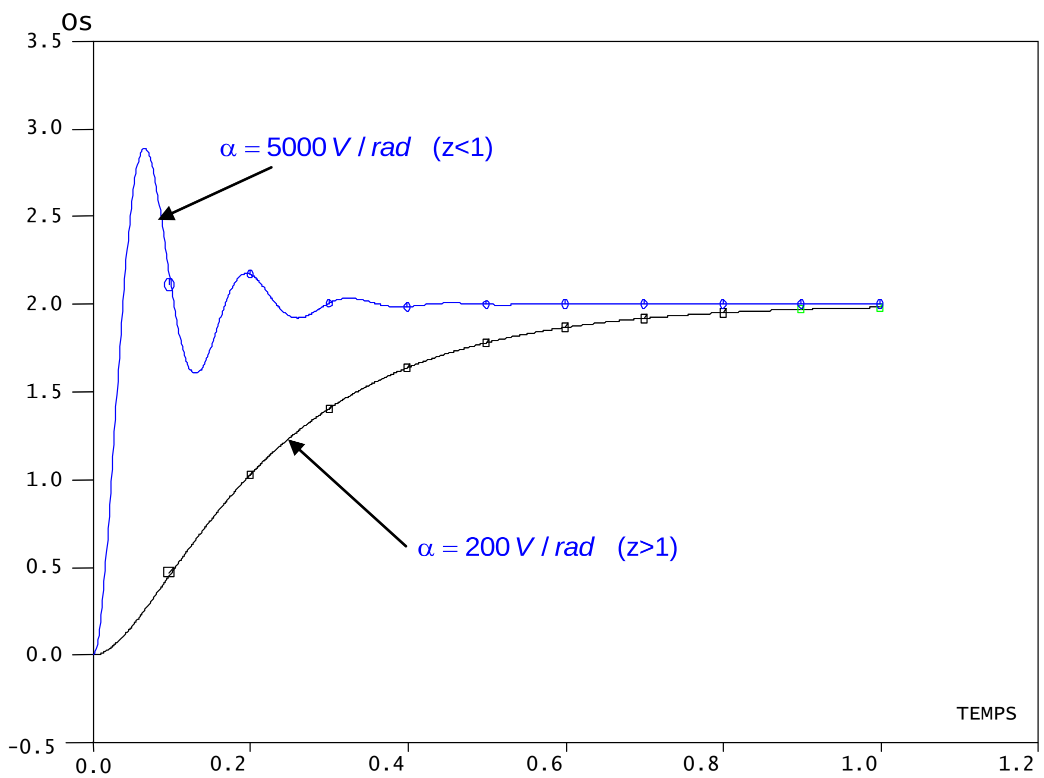
Question 8 : *Selon le type de fonction de transfert déterminée dans la question précédente, donner l'allure de la réponse temporelle du système pour une entrée en échelon d'amplitude 2 (si besoin, envisager plusieurs valeurs de α).*



Construire à l'aide du logiciel Did'Acsyde le schéma fonctionnel de la figure 4.



Valider la question précédente en traçant les réponses pour des valeurs du paramètre α suivantes : 200 V/rad et 5000 V/rad (Prendre comme horizon temporel 2 s).



Question 9 : *Comparer ces 2 réponses (temps de réponse, erreur statique, dépassements éventuels …).*

α en V/rad	***Régime***	***Temps de réponse***	***Erreur statique***	***Dépassement***
200	apériodique	≈ 0,66 s	0 car K=1 dans les 2 cas	0
5000	pseudopériodique	≈ 0,21 s		5 dépassements avec $D_{1\%}$ = 44% !!

Question 10 : *Calculer les dépassements absolus D1, D3, la pseudo-période Ta et le temps de réponse tr5% pour α = 5000 V/rad.*

$$z = \frac{17{,}7}{\sqrt{\alpha}} = \frac{17{,}7}{\sqrt{5000}} \qquad \Rightarrow z = 0{,}25$$

D'après l'abaque $D_{k\%}$ = f(z), pour z = 0,25 on trouve $\boxed{D_{1\%} \approx 0{,}44 = 44\% \text{ soit } D_1 \approx 0{,}44.2 = 0{,}88 \text{ rad}}$

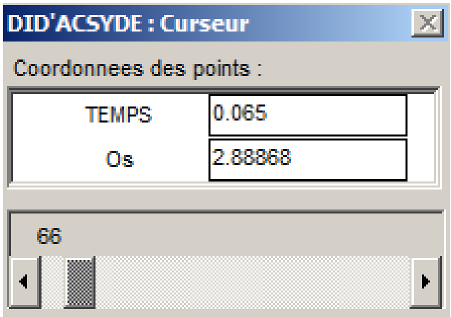
$\boxed{D_{3\%} \approx 0{,}09 = 9\% \text{ soit } D_3 \approx 0{,}09.2 = 0{,}18 \text{ rad}}$

$$Ta = \frac{2\pi}{\omega_a} = \frac{2\pi}{\omega_0 \cdot \sqrt{1-z^2}} = \frac{2\pi}{0{,}707\sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{1-\left(\frac{17{,}7}{\sqrt{\alpha}}\right)^2}} = \frac{2\pi}{0{,}707\sqrt{5000} \cdot \sqrt{1-\left(\frac{17{,}7}{\sqrt{5000}}\right)^2}} \rightarrow \boxed{Ta \approx 0{,}13 \text{ s}}$$

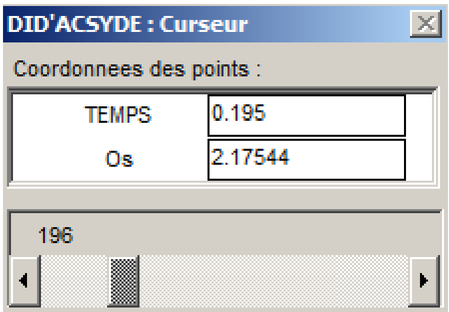
D'après l'abaque $tr_{5\%}.\omega_0$ = f(z), pour z = 0,25 → $tr_{5\%}.\omega_0$ ≈ 10,5 soit $\boxed{tr_{5\%} \approx 0{,}21 \text{ s}}$

Valider ces 4 résultats à l'aide du logiciel Did'Acsyde.

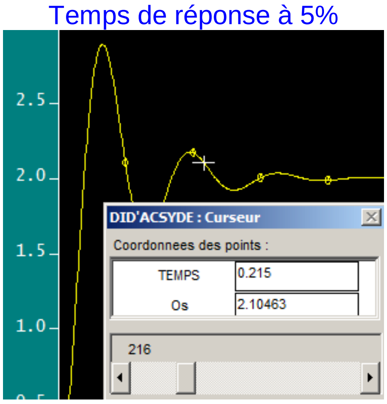
1er dépassement



3ème dépassement



Temps de réponse à 5%



Ces 3 relevés valident bien nos calculs (D1, D3, Ta et tr5%). Ce qui est normal, car le logiciel réalise les mêmes calculs que ceux sur papier (le modèle étant le même).

44) Réglage de α pour un temps de réponse minimum.

Question 11 : *Quelle valeur faut-il donner au coefficient α pour que le temps de réponse à 5% à une excitation en échelon soit le plus faible possible ?*

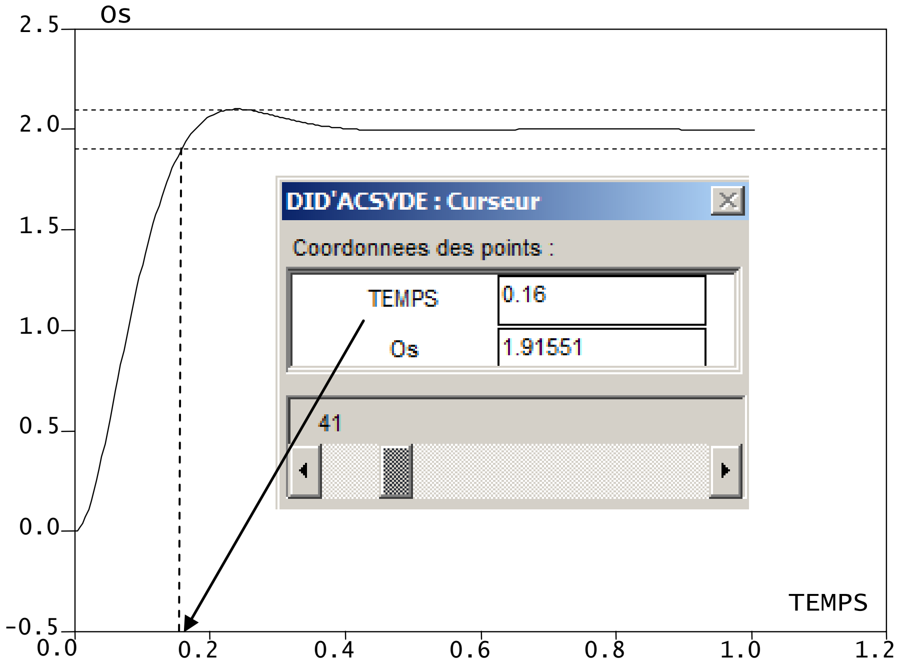
Le temps de réponse minimum est obtenu pour un facteur d'amortissement de 0,69 soit $\boxed{\alpha \approx 658 \text{ V/rad}}$.

Question 12 : *Calculer ce temps de réponse.*

D'après l'abaque $tr_{5\%}.\omega_0$ = f(z), pour z = 0,69 → $tr_{5\%}.\omega_0$ ≈ 3 soit $\boxed{tr_{5\%} \approx 0{,}17 \text{ s}}$.

Valider la question précédente en déterminant ce temps de réponse à l'aide du logiciel Did'Acsyde.

Il suffit de refaire une analyse temporelle, mais cette fois-ci avec $\alpha \approx 658$ V/rad, puis, à l'aide de l'outil curseur, de déterminer le temps de réponse à 5%.



45) Comportement en poursuite.

Question 13 : *Exprimer en fonction de K_e, r, α, A et ω_e "l'erreur de poursuite" (notée e_{rv}) si l'objectif évolue à une vitesse sensiblement constante $\omega_e = 0{,}5\ rad/s$ (avec $\theta_e(t) = \omega_e . t$).*

1ère méthode (à l'aide de la FTBO) :

$\varepsilon(p) = U_c(p) - U_{mes}(p) = \alpha \cdot \Theta_e(p) - \alpha \cdot \Theta_s(p) = \alpha \cdot E_r(p)$ ainsi $Er(p) = \dfrac{\varepsilon(p)}{\alpha}$

$$\text{Or } \varepsilon(p) = \frac{U_c(p)}{1+FTBO(p)} = \frac{\alpha \cdot \Theta_e(p)}{1+\alpha \cdot A \cdot F_1(p) \cdot F_2(p) \cdot F_3(p)} = \frac{\alpha \cdot \omega_e}{p^2} \cdot \frac{1}{1+\alpha \cdot A \cdot \frac{1}{K_e} \cdot \frac{1}{1+\frac{R \cdot J}{K_e \cdot K_m} p} \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{1}{r}}$$

Relation du cours

$$\text{Donc } e_{rv} = \lim_{t \to +\infty} e_r(t) = \lim_{p \to 0} p \cdot E_r(p) = \lim_{p \to 0} p \cdot \frac{\varepsilon(p)}{\alpha} = \lim_{p \to 0} \frac{\omega_e}{p} \cdot \frac{1}{1+\alpha \cdot A \cdot \frac{1}{K_e} \cdot \frac{1}{1+\frac{R \cdot J}{K_e \cdot K_m} p} \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{1}{r}} = \frac{\omega_e}{\alpha \cdot A \cdot \frac{1}{K_e} \cdot \frac{1}{r}}$$

soit $\boxed{e_{rv} = \dfrac{K_e \cdot r \cdot \omega_e}{\alpha \cdot A}}$

2ème méthode (à l'aide de la FTBF) :

$$Er(p) = \Theta_e(p) - \Theta_s(p) = \Theta_e(p) - F(p) \cdot \Theta_e(p) = \Theta_e(p) \cdot [1 - F(p)] = \frac{\omega_e}{p^2} \cdot \left[1 - \frac{1}{1+\frac{K_e \cdot r}{\alpha \cdot A} . p + \frac{R \cdot J \cdot r}{\alpha \cdot A \cdot K_m} \cdot p^2}\right] = \frac{\omega_e}{p^2} \cdot \left[\frac{1+\frac{K_e \cdot r}{\alpha . A} \cdot p + \frac{R \cdot J \cdot r}{\alpha \cdot A \cdot K_m} \cdot p^2 - 1}{1+\frac{K_e \cdot r}{\alpha \cdot A} \cdot p + \frac{R \cdot J \cdot r}{\alpha \cdot A \cdot K_m} \cdot p^2}\right]$$

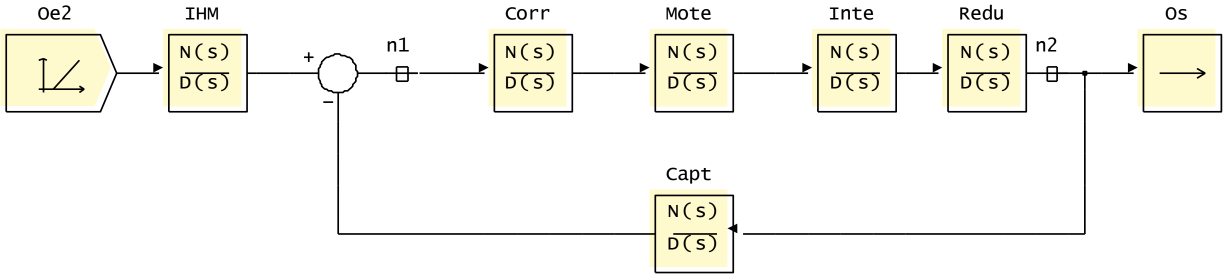
$$e_{rv} = \lim_{t \to +\infty} e_r(t) = \lim_{p \to 0} p \cdot Er(p) = \lim_{p \to 0} \frac{\omega_e}{p} \cdot \left[\frac{\frac{K_e \cdot r}{\alpha \cdot A} \cdot p + \frac{R \cdot J \cdot r}{\alpha \cdot A \cdot K_m} \cdot p^2}{1+\frac{K_e \cdot r}{\alpha \cdot A} . p + \frac{R \cdot J \cdot r}{\alpha \cdot A \cdot K_m} \cdot p^2}\right] = \lim_{p \to 0} \omega_e \cdot \left[\frac{\frac{K_e \cdot r}{\alpha \cdot A} + \frac{R \cdot J \cdot r}{\alpha \cdot A \cdot K_m} \cdot p}{1+\frac{K_e \cdot r}{\alpha \cdot A} \cdot p + \frac{R \cdot J \cdot r}{\alpha \cdot A \cdot K_m} \cdot p^2}\right]$$

soit $\boxed{e_{rv} = \dfrac{K_e \cdot r \cdot \omega_e}{\alpha \cdot A}}$

Question 14 : *Faire l'application numérique (en prenant α calculé à la question 11).*

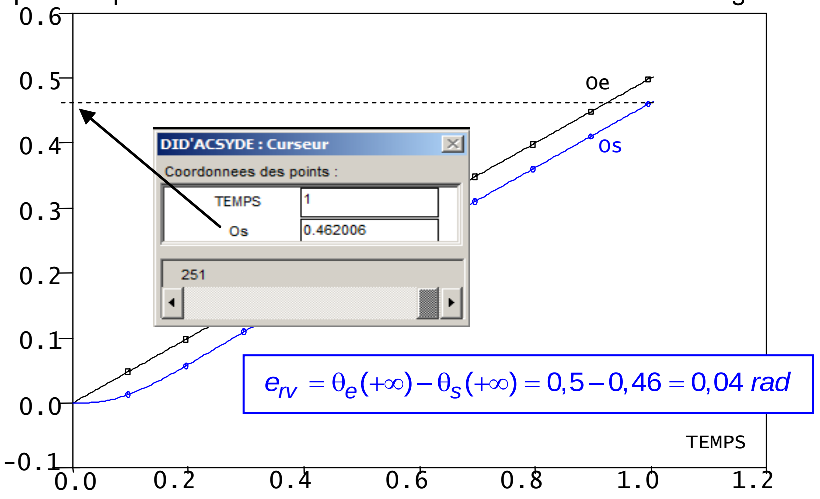
$\boxed{e_{rv} = 0{,}04\ rad}$

Modifier le schéma fonctionnel sur Did'Acsyde de façon à mettre en évidence cette erreur de poursuite.



Il suffisait de changer l'entrée… et de mettre une rampe.

Valider la question précédente en déterminant cette erreur à l'aide du logiciel Did'Acsyde.



5) Asservissement en vitesse.

51) Fonction de transfert du système asservi en position et en vitesse.

Question 15 : *Exprimer littéralement la nouvelle fonction de transfert en boucle fermée.*

On se retrouve avec le même type de schéma bloc que le précédent sauf qu'il faut changer l'expression de $(A \cdot F_1)_{ancien}$ par $(A \cdot F_1)_{nouveau}$:

Avec $(A \cdot F_1)_{nouveau} = \dfrac{(A \cdot F_1)_{ancien}}{1+\beta \cdot (A \cdot F_1)_{ancien}}$ (formule de black) et $(F_1)_{ancien} = \dfrac{A \cdot K_m}{K_e \cdot K_m + R \cdot J \cdot p}$ (question 2)

$$(A \cdot F_1)_{nouveau} = \frac{\dfrac{A \cdot K_m}{K_e \cdot K_m + R \cdot J \cdot p}}{1+\beta \cdot \dfrac{A \cdot K_m}{K_e \cdot K_m + R \cdot J \cdot p}} = \frac{A \cdot K_m}{K_e \cdot K_m + R \cdot J \cdot p + \beta \cdot A \cdot K_m} = \frac{A \cdot K_m}{K_m \cdot (K_e + \beta \cdot A) + R \cdot J \cdot p}$$

Par conséquent on a la même expression qu'à la question 2 en remplaçant K_e par $K_e + \beta . A$

Donc $\boxed{F(p) = \dfrac{\Theta_s(p)}{\Theta_e(p)} = \dfrac{1}{1 + \dfrac{(K_e + \beta \cdot A) \cdot r}{\alpha \cdot A} \cdot p + \dfrac{R \cdot J \cdot r}{\alpha \cdot A \cdot K_m} \cdot p^2}}$

Question 16 : *En déduire l'expression littérale de ses paramètres caractéristiques.*

$\boxed{K=1}$, $\boxed{\omega_0 = \sqrt{\dfrac{\alpha \cdot A \cdot K_m}{R \cdot J \cdot r}}}$ et $\boxed{z = \dfrac{(K_e + \beta \cdot A)}{2} \sqrt{\dfrac{K_m \cdot r}{R \cdot J \cdot \alpha \cdot A}}}$

Question 17 : *Faire l'application numérique de ces paramètres caractéristiques (en fonction de α et β).*

$\boxed{K=1}$, $\boxed{\omega_0 = 0{,}707\sqrt{\alpha}}$ et $\boxed{z = \dfrac{17{,}6 + 353 \cdot \beta}{\sqrt{\alpha}}}$

52) Réglage de α et β.

Question 18 : *Quelles valeurs faut-il donner aux coefficients α et β pour limiter l'erreur de poursuite à 0,02 rad (avec $\omega_e = 0{,}5\ rad/s$) tout en ayant un temps de réponse minimum à une entrée en échelon.*

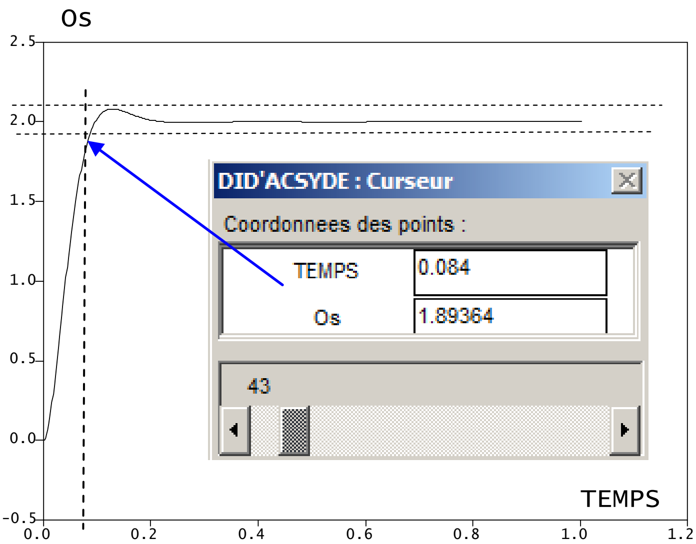
$$\begin{cases} z = 0{,}69 = \dfrac{17{,}6 + 353 \cdot \beta}{\sqrt{\alpha}} \\ e_{rv} = 0{,}02 = \dfrac{(K_e + \beta \cdot A) \cdot r}{\alpha \cdot A} \cdot \omega_e = \dfrac{(0{,}5 + \beta \cdot 10) \cdot 1000}{\alpha \cdot 10} \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{\begin{cases} \beta \approx 0{,}05\ V/(rad/s) \\ \alpha \approx 2450\ V/rad \end{cases}}$$

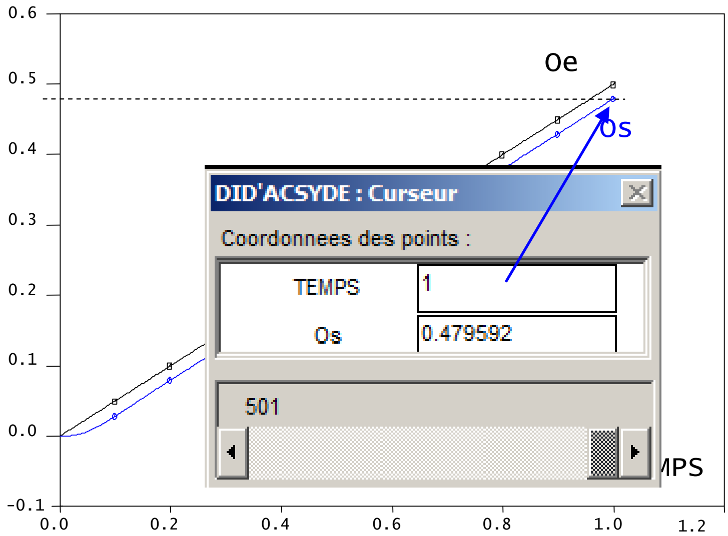
Question 19 : *Calculer ce temps de réponse.*

D'après l'abaque $tr_{5\%}.\omega_0 = f(z)$, pour $z = 0{,}69 \rightarrow tr_{5\%}.\omega_0 \approx 3$ soit $\boxed{tr_{5\%} \approx 0{,}09\ s}$

Construire à l'aide du logiciel Did'Acsyde le schéma fonctionnel de la figure 6.

Vérifier les résultats obtenus précédemment.





AVANT DE PARTIR, RANGER LE POSTE