TP 25.1 Maxpid Corrigé

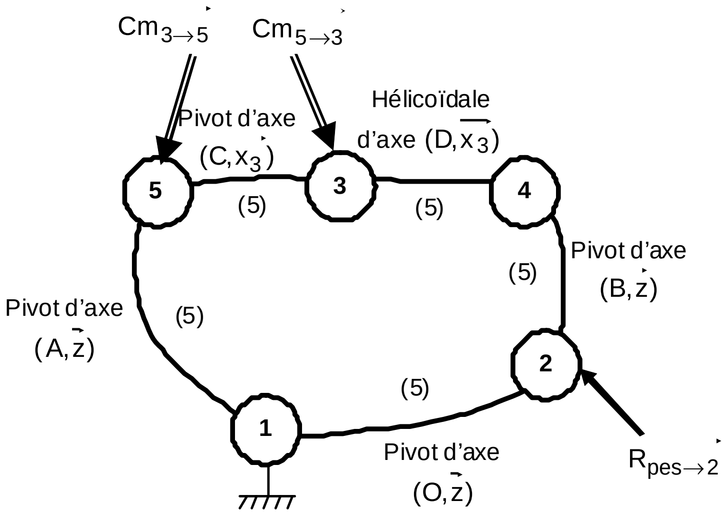
1) Objectifs du TP et sommaire.

2) Modélisation.

21) Schéma cinématique.

22) Graphe de structure.

Question 1 : *Réaliser le graphe de structure, puis compléter-le en vue d'une étude de statique.*



On ne peut pas faire d'hypothèse problème plan, car avec le couple moteur, il n'y a plus de symétrie des actions…

23) Modélisation des actions mécaniques.

ATTENTION : TOUS les torseurs devront être écrits dans la BASE 3.

Question 2 : *Donner les différents torseurs des actions mécaniques transmissibles par les liaisons.*
Donner le torseur représentant l'action mécanique due au couple moteur sur la vis 3 : $\vec{Cm}_{5\to 3}$.
Donner le torseur des actions mécaniques de la pesanteur sur les masses ajoutées au bras 2.

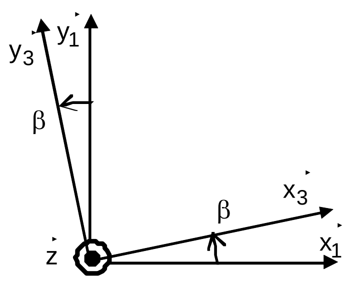
$$\{T_{1\to 5}\} = {}_A\begin{Bmatrix} X_{1\to 5} & L_{A,1\to 5} \\ Y_{1\to 5} & M_{A,1\to 5} \\ Z_{1\to 5} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_3,\vec{y}_3,\vec{z}_3)} \qquad \{T_{1\to 2}\} = {}_O\begin{Bmatrix} X_{1\to 2} & L_{O,1\to 2} \\ Y_{1\to 2} & M_{O,1\to 2} \\ Z_{1\to 2} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_3,\vec{y}_3,\vec{z}_3)}$$

$$\{T_{2\to 4}\} = {}_B\begin{Bmatrix} X_{2\to 4} & L_{B,2\to 4} \\ Y_{2\to 4} & M_{B,2\to 4} \\ Z_{2\to 4} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_3,\vec{y}_3,\vec{z}_3)} \qquad \{T_{3\to 4}\} = {}_D\begin{Bmatrix} X_{3\to 4} & -X_{3\to 4}\cdot\dfrac{p}{2\pi} \\ Y_{3\to 4} & M_{D,3\to 4} \\ Z_{3\to 4} & N_{D,3\to 4} \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_3,\vec{y}_3,\vec{z}_3)}$$

$$\{T_{5\to 3}\} = {}_C\begin{Bmatrix} X_{5\to 3} & 0 \\ Y_{5\to 3} & M_{C,5\to 3} \\ Z_{5\to 3} & N_{C,5\to 3} \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_3,\vec{y}_3,\vec{z}_3)} \qquad \{T^{m}_{5\to 3}\} = {}_{\forall P}\begin{Bmatrix} 0 & Cm_{5\to 3} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_3,\vec{y}_3,\vec{z}_3)}$$

$$\{T_{pes\to 2}\} = \underset{G}{\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -m.g & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}}_{(\vec{x_1},\vec{y_1},\vec{z_1})} = \underset{G}{\begin{Bmatrix} -m.g.\sin\beta & 0 \\ -m.g.\cos\beta & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}}_{(\vec{x_3},\vec{y_3},\vec{z_3})}$$

Car $\overrightarrow{y_1} = \sin\beta.\overrightarrow{x_3} + \cos\beta.\overrightarrow{y_3}$



3) Etude statique analytique.

Question 3 : *En isolant {3, 4, 5} et en appliquant le théorème du moment statique en A suivant* $\vec{z}$, *déterminer* $Y_{2\to 4}$.

1) Isolons {3, 4, 5}.

2) Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME) sur {3, 4, 5}.
   - Action mécanique de 1 sur 5 (pivot d'axe $(A,\vec{z})$)
   - Action mécanique de 2 sur 4 (pivot d'axe $(B,\vec{z})$)

3) Modélisables par :

$$\{T_{1\to 5}\} = \underset{A}{\begin{Bmatrix} X_{1\to 5} & L_{A,1\to 5} \\ Y_{1\to 5} & M_{A,1\to 5} \\ Z_{1\to 5} & 0 \end{Bmatrix}}_{(\vec{x_3},\vec{y_3},\vec{z_3})} \qquad \{T_{2\to 4}\} = \underset{B}{\begin{Bmatrix} X_{2\to 4} & L_{B,2\to 4} \\ Y_{2\to 4} & M_{B,2\to 4} \\ Z_{2\to 4} & 0 \end{Bmatrix}}_{(\vec{x_3},\vec{y_3},\vec{z_3})}$$

4) Résolution :

On détermine le moment au point A du torseur de 2 sur 4 seulement suivant $\vec{z}$.

$$\overrightarrow{M_{A,2\to 4}}.\vec{z} = \overrightarrow{M_{B,2\to 4}}.\vec{z} + (\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{R_{2\to 4}}).\vec{z}$$

$$\overrightarrow{M_{A,2\to 4}}.\vec{z} = \left[\left(\lambda.\overrightarrow{x_3}\right) \wedge \left(X_{2\to 4}.\overrightarrow{x_3} + Y_{2\to 4}.\overrightarrow{y_3} + Z_{2\to 4}.\overrightarrow{z_3}\right)\right]\vec{z}$$

$$\overrightarrow{M_{A,2\to 4}}.\vec{z} = \lambda.Y_{2\to 4}$$

Puis, on applique le théorème du moment statique en A ($\sum \overrightarrow{M_{A,\bar{S}\to S}} = \vec{0}$) suivant $\vec{z}$:

$\lambda.Y_{2\to 4} = 0$

Donc $\boxed{Y_{2\to 4} = 0}$

Question 4 : *En isolant {2} et en appliquant le théorème du moment statique en 0 suivant* $\vec{z}$, *déterminer* $X_{4\to 2}$.

1) Isolons {2}.

2) Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME) sur {2}.

- Action mécanique de 1 sur 2 (pivot d'axe $(O,\vec{z})$)
- Action mécanique de 4 sur 2 (pivot d'axe $(B,\vec{z})$)
- Action mécanique de la pesanteur sur 2

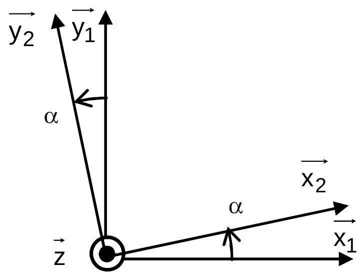
3) Modélisables par :

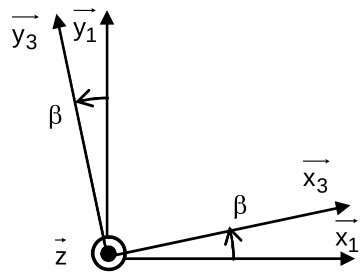
$$\{T_{1\to 2}\} = {}_O\begin{Bmatrix} X_{1\to 2} & L_{O,1\to 2} \\ Y_{1\to 2} & M_{O,1\to 2} \\ Z_{1\to 2} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_3,\vec{y}_3,\vec{z}_3)} \quad \{T_{4\to 2}\} = {}_B\begin{Bmatrix} X_{4\to 2} & L_{B,4\to 2} \\ 0 & M_{B,4\to 2} \\ Z_{4\to 2} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_3,\vec{y}_3,\vec{z}_3)} \quad \{T_{pes\to 2}\} = {}_G\begin{Bmatrix} -m.g.\sin\beta & 0 \\ -m.g.\cos\beta & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_3,\vec{y}_3,\vec{z}_3)}$$

4) Résolution :

On détermine les moments au point O des 2 torseurs à transporter seulement suivant $\vec{z}$.

$$\overrightarrow{M_{O,4\to 2}}.\vec{z} = \overrightarrow{M_{B,4\to 2}}.\vec{z} + (\overrightarrow{OB} \wedge \overrightarrow{R_{4\to 2}}).\vec{z}$$
$$\overrightarrow{M_{O,4\to 2}}.\vec{z} = \left[\left(l.\overrightarrow{x_2}\right) \wedge \left(X_{4\to 2}.\overrightarrow{x_3} + Z_{4\to 2}.\overrightarrow{z_3}\right)\right]\vec{z}$$
$$\overrightarrow{M_{O,4\to 2}}.\vec{z} = \left[l.\overrightarrow{x_2} \wedge X_{4\to 2}.\overrightarrow{x_3}\right]\vec{z}$$





$$\overrightarrow{M_{O,4\to 2}}.\vec{z} = \left[l.\left(\cos\alpha.\overrightarrow{x_1} + \sin\alpha.\overrightarrow{y_1}\right) \wedge X_{4\to 2}.\overrightarrow{x_3}\right]\vec{z}$$
$$\overrightarrow{M_{O,4\to 2}}.\vec{z} = l.X_{4\to 2}.\left(\cos\alpha.\sin\beta - \sin\alpha.\sin(\frac{\pi}{2} - \beta)\right)$$
$$\overrightarrow{M_{O,4\to 2}}.\vec{z} = l.X_{4\to 2}.(\cos\alpha.\sin\beta - \sin\alpha.\cos\beta)$$
$$\overrightarrow{M_{O,4\to 2}}.\vec{z} = l.X_{4\to 2}.\sin(\beta - \alpha)$$

$$\overrightarrow{M_{O,pes\to 2}}.\vec{z} = \overrightarrow{M_{G,pes\to 2}}.\vec{z} + \left(\overrightarrow{OG} \wedge \overrightarrow{R_{pes\to 2}}\right)\vec{z}$$
$$\overrightarrow{M_{O,pes\to 2}}.\vec{z} = \left[\left(L.\overrightarrow{x_2}\right) \wedge \left(-m.g.\sin\beta.\overrightarrow{x_3} - m.g.\cos\beta.\overrightarrow{y_3}\right)\right]\vec{z}$$
$$\overrightarrow{M_{O,pes\to 2}}.\vec{z} = \left[L.\left(\cos\alpha.\overrightarrow{x_1} + \sin\alpha.\overrightarrow{y_1}\right) \wedge \left(-m.g.\sin\beta.\overrightarrow{x_3} - m.g.\cos\beta.\overrightarrow{y_3}\right)\right]\vec{z}$$
$$\overrightarrow{M_{O,pes\to 2}}.\vec{z} = -L.m.g.\left(\cos\alpha.\sin^2\beta + \cos\alpha.\cos\beta.\sin(\frac{\pi}{2} + \beta) - \sin\alpha.\sin\beta.\sin(\frac{\pi}{2} - \beta) + \sin\alpha.\cos\beta.\sin\beta\right)$$
$$\overrightarrow{M_{O,pes\to 2}}.\vec{z} = -L.m.g.\left(\cos\alpha.\sin^2\beta + \cos\alpha.\cos^2\beta - \sin\alpha.\sin\beta.\cos\beta + \sin\alpha.\cos\beta.\sin\beta\right)$$
$$\overrightarrow{M_{O,pes\to 2}}.\vec{z} = -L.m.g.\cos\alpha$$

Puis, on applique le théorème du moment statique en O ($\sum \overrightarrow{M_{O,\bar{S}\to S}} = \vec{0}$) suivant $\vec{z}$:

$$-l.\sin(\alpha - \beta).X_{4\to 2} - m.g.L.\cos\alpha = 0$$

Donc $\boxed{X_{4\to 2} = \dfrac{-m.g.L.\cos\alpha}{l.\sin(\alpha - \beta)}}$

Question 5 : *En isolant {4} et en appliquant le théorème de la résultante statique suivant* $\overrightarrow{x_3}$*, déterminer* $X_{3\to4}$.

1) Isolons {4}.

2) Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME) sur {4}.

- Action mécanique de 2 sur 4 (pivot d'axe $(B,\vec{z})$)
- Action mécanique de 3 sur 4 (hélicoïdale d'axe $(D,\overrightarrow{x_3})$)

3) Modélisables par :

$$\{T_{2\to4}\} = {}_B\begin{Bmatrix} X_{2\to4} & L_{B,2\to4} \\ 0 & M_{B,2\to4} \\ Z_{2\to4} & 0 \end{Bmatrix}_{(\overrightarrow{x_3},\overrightarrow{y_3},\overrightarrow{z_3})} \qquad \{T_{3\to4}\} = {}_D\begin{Bmatrix} X_{3\to4} & -X_{3\to4}.\dfrac{p}{2\pi} \\ Y_{3\to4} & M_{D,3\to4} \\ Z_{3\to4} & N_{D,3\to4} \end{Bmatrix}_{(\overrightarrow{x_3},\overrightarrow{y_3},\overrightarrow{z_3})}$$

4) Résolution :

On applique le théorème de la résultante statique ($\sum \overrightarrow{R_{\bar{S}\to S}} = \vec{0}$) suivant $\overrightarrow{x_3}$:

$X_{2\to4} + X_{3\to4} = 0$

$X_{3\to4} = -X_{2\to4} = X_{4\to2}$

Donc $\boxed{X_{3\to4} = \dfrac{-m.g.L.\cos\alpha}{l.\sin(\alpha-\beta)}}$

Question 6 : *En isolant {3} et en appliquant le théorème du moment statique en D suivant* $\overrightarrow{x_3}$*, déterminer le couple moteur sur la vis 3 :* $Cm_{5\to3}$.

1) Isolons {3}.

2) Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME) sur {3}.

- Action mécanique de 5 sur 3 (pivot d'axe $(C,\overrightarrow{x_3})$)
- Action mécanique de 4 sur 3 (hélicoïdale d'axe $(D,\overrightarrow{x_3})$)
- Action mécanique de 5m sur 3 (couple moteur)

3) Modélisables par :

$$\{T_{5\to3}\} = {}_C\begin{Bmatrix} X_{5\to3} & 0 \\ Y_{5\to3} & M_{C,5\to3} \\ Z_{5\to3} & N_{C,5\to3} \end{Bmatrix}_{(\overrightarrow{x_3},\overrightarrow{y_3},\overrightarrow{z_3})} \qquad \{T_{4\to3}\} = {}_D\begin{Bmatrix} X_{4\to3} & -X_{4\to3}.\dfrac{p}{2\pi} \\ Y_{4\to3} & M_{D,4\to3} \\ Z_{4\to3} & N_{D,4\to3} \end{Bmatrix}_{(\overrightarrow{x_3},\overrightarrow{y_3},\overrightarrow{z_3})} \qquad \{T^m_{5\to3}\} = {}_{\forall P}\begin{Bmatrix} 0 & Cm_{5\to3} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\overrightarrow{x_3},\overrightarrow{y_3},\overrightarrow{z_3})}$$

4) Résolution :

On détermine le moment au point D du torseur de 5 sur 3 seulement suivant $\overrightarrow{x_3}$.

$\overrightarrow{M_{D,5\to3}}.\overrightarrow{x_3} = \overrightarrow{M_{C,5\to3}}.\overrightarrow{x_3} + \left(\overrightarrow{DC} \wedge \overrightarrow{R_{5\to3}}\right)\overrightarrow{x_3}$

$\overrightarrow{M_{D,5\to3}}.\overrightarrow{x_3} = \left[\left(?.\overrightarrow{x_3}\right) \wedge \left(X_{5\to3}.\overrightarrow{x_3} + Y_{5\to3}.\overrightarrow{y_3} + Z_{5\to3}.\overrightarrow{z_3}\right)\right]\overrightarrow{x_3}$

$\overrightarrow{M_{D,5\to3}}.\overrightarrow{x_3} = 0$

Puis, on applique le théorème du moment statique en D ($\sum \overrightarrow{M_{D,\bar{S}\to S}} = \vec{0}$) suivant $\overrightarrow{x_3}$:

$$-X_{4\to 3}\cdot\frac{p}{2\pi} + Cm_{5\to 3} = 0$$

$$Cm_{5\to 3} = X_{4\to 3}\cdot\frac{p}{2\pi} = -X_{3\to 4}\cdot\frac{p}{2\pi}$$

Donc $\boxed{Cm_{5\to 3} = \frac{m.g.L.\cos\alpha}{l.\sin(\alpha-\beta)}\cdot\frac{p}{2\pi}}$

Question 7 : *Calculer ce couple moteur pour 3 positions d'équilibre (bras horizontal, bras à 45° et bras vertical).*

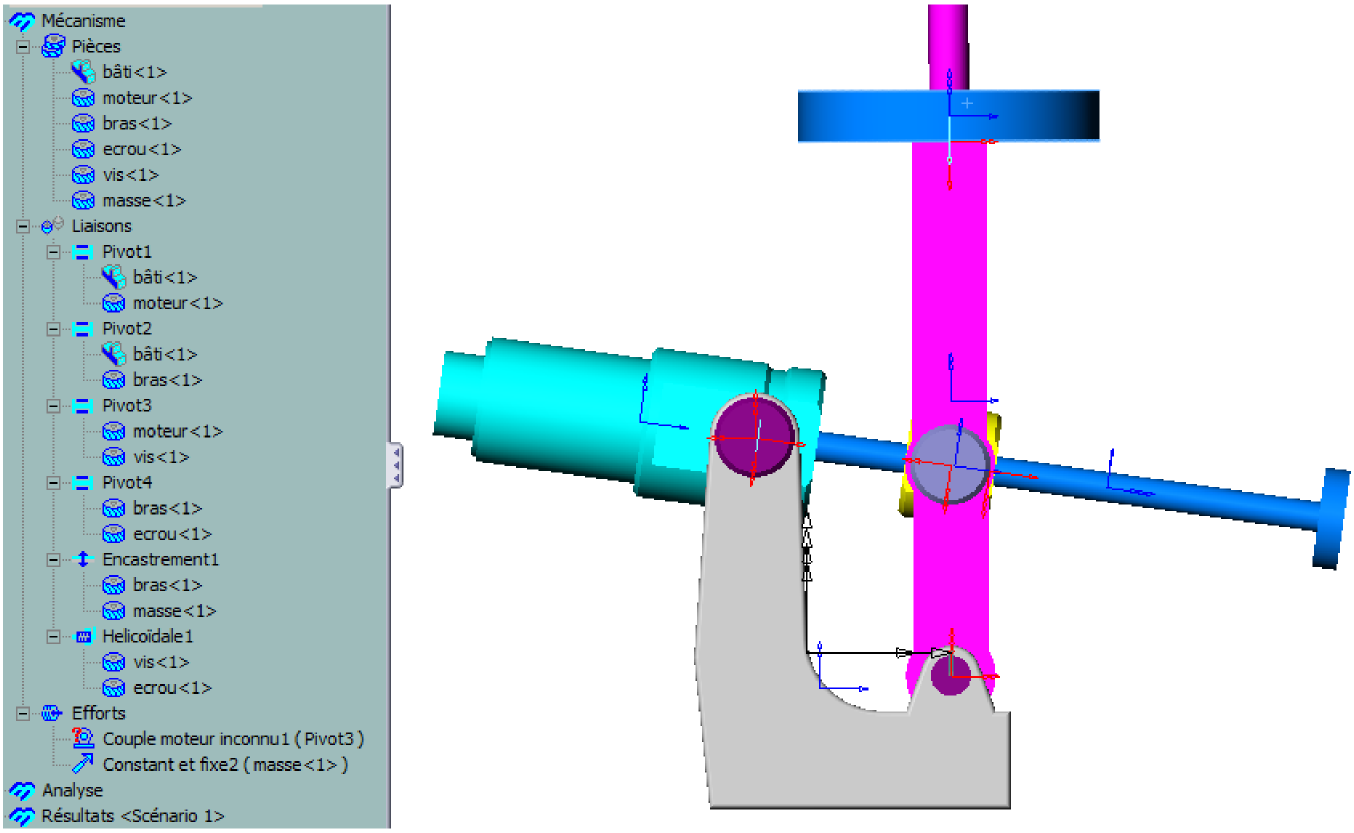
Rappel : la fermeture géométrique a permis d'établir la relation : $\tan\beta = \frac{l.\sin\alpha - 82}{69{,}5 + l\cos\alpha}$.

Position d'équilibre	Bras horizontal	Bras à 45°	Bras vertical
α (°)	0	45	90
$Cm_{5\to 3}$ (N.mm)	58	24	0

4) Validation numérique avec le logiciel Meca3D.

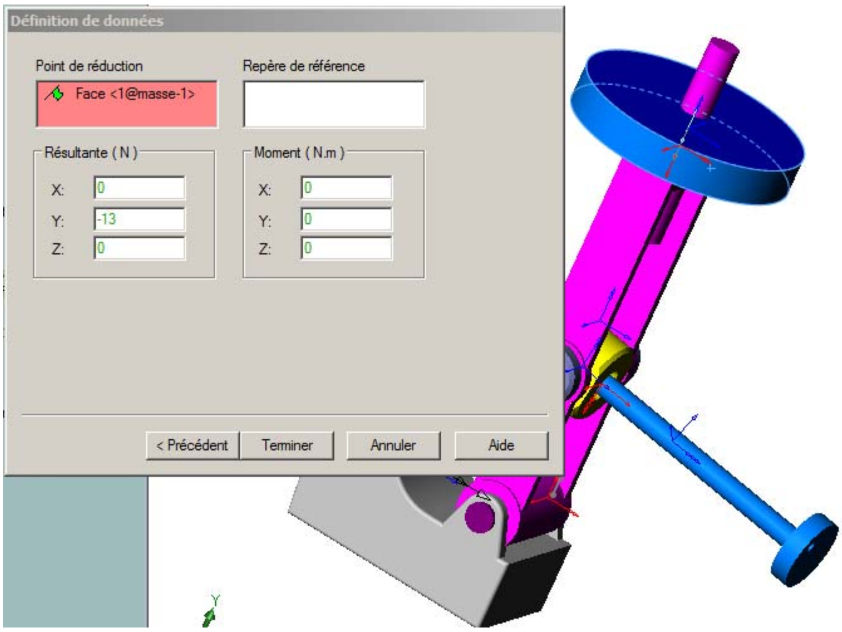
Construire les pièces.
Pour cela, utiliser l'onglet Meca3D et non pas celui de Mecaplan !!!
Puis cliquer droit sur Pièces, sélectionner « Ajouter », et enfin cliquer sur le « bâti » dans la zone graphique. Faites la même chose, pour les autres pièces.
ATTENTION dans cette **étude statique**…, vous devrez créer une pièce "bras" et une pièce "masse" distincte (car par la suite la pièce "masse" devra subir une action de la pesanteur, alors que la pièce "bras" ne la subira pas). Ces 2 pièces devront être liées par une liaison encastrement…

Construire les liaisons.

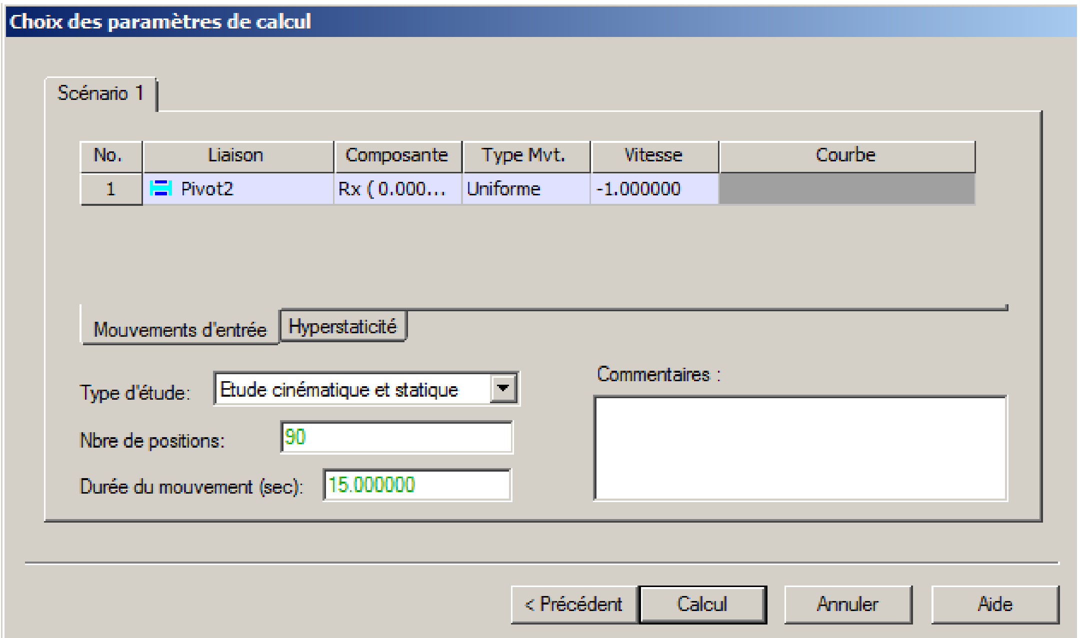


- Créer 2 efforts :
  - un couple moteur inconnu sur la liaison pivot entre le moteur 5 et la vis 3 (simulant l'action du moteur),
  - un effort constant fixe appliqué sur la pièce "masse" (simulant l'action de la pesanteur).

Pour le point de réduction de la pesanteur, cliquer sur la surface du cylindre, ainsi l'action se placera au centre du cylindre. Et pour la norme et le sens : $P = m.g = 1{,}3.10 = 13N$ (orienté vers les $-\vec{y}$).



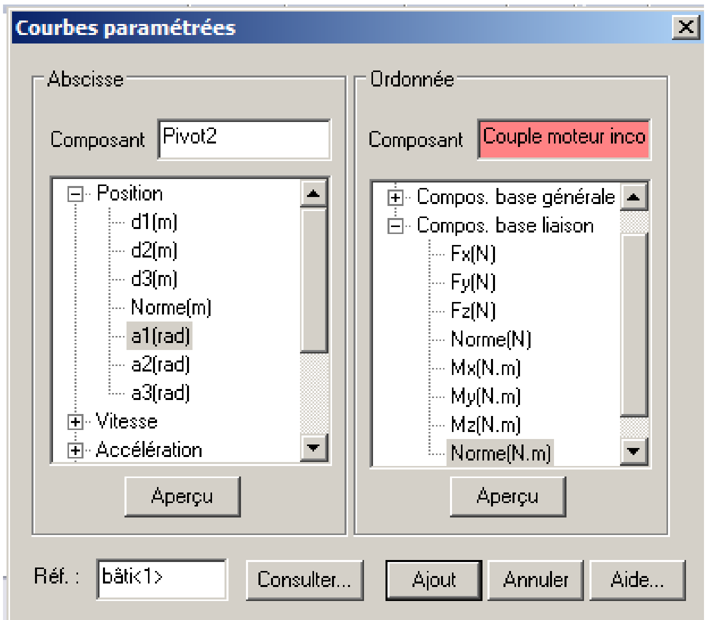
- Lancer le calcul mécanique (Vous devez obtenir « Le mécanisme est hyperstatique de degré 2, et possède un degré de mobilité égal à 1 »).
- Indiquer que vous souhaitez réaliser une étude cinématique et statique.
- Piloter à 1 tr/min la liaison pivot entre le bras 2 et le bâti 1, de telle sorte que celle-ci fasse 90° et que les positions soient calculées tous les degrés.

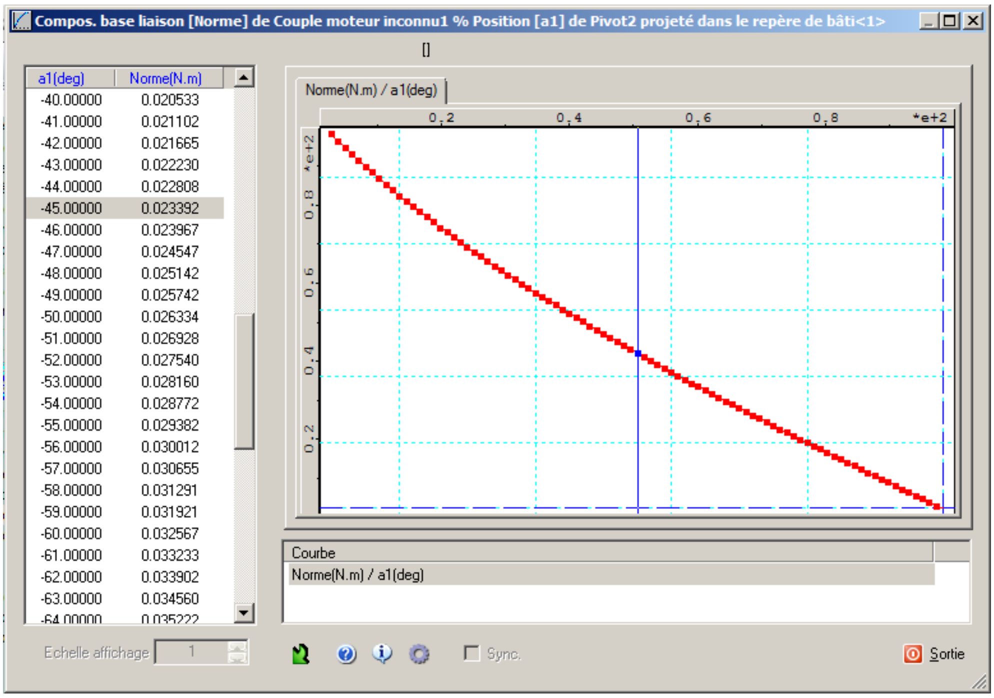


Comme le bras fait 1 tr/min, et que l'on souhaite qu'il ne fasse que ¼ de tour, la durée du mouvement va être de 15s.
Pour avoir, une position calculée à chaque degré sachant que le bras ne fait que 90°, on prendra 90 positions à calculer.

- Simuler le mouvement.
- Afficher la courbe du couple développé par le moteur en fonction de l'angle de rotation du bras 2 par rapport au bâti 1.

Choisir d'afficher une courbe paramétrée avec :
- en abscisse la position angulaire de la pivot entre le bâti et le bras,
- en ordonnée la norme du couple moteur.





Question 8 : *En déduire le couple moteur pour les 3 positions d'équilibre (bras horizontal, bras à 45° et bras vertical).*

Position d'équilibre	Bras horizontal	Bras à 45°	Bras vertical
$\|\overrightarrow{Cm_{5\to3}}\|$ (N.mm)	57	23	0

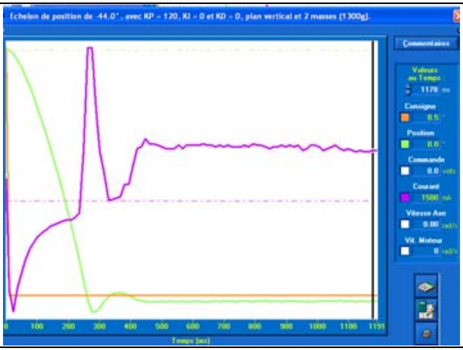
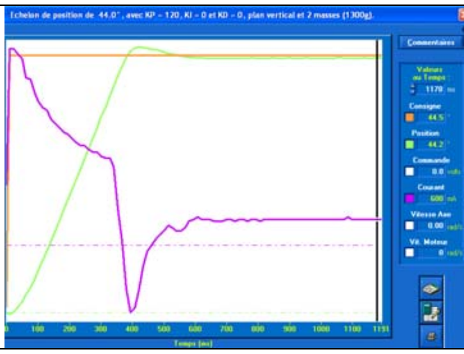
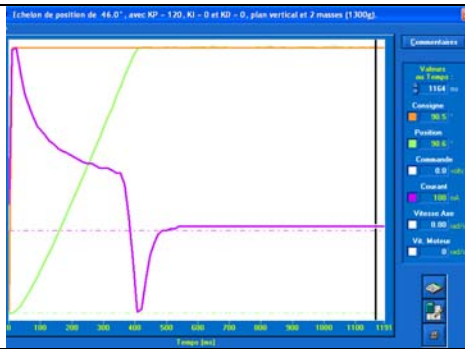
NB : on retrouve exactement les mêmes résultats qu'avec notre étude manuscrite, car la simulation numérique réalise les mêmes calculs…

5) Validation expérimentale.

Question 9 : *Relever la constante de couple dans les caractéristiques du moteur (annexe 1).*

$K_c = 52{,}5 \text{ mN.m/A}$

Question 10 : *En déduire le couple moteur pour les 3 positions d'équilibre (bras vertical, bras à 45° et bras horizontal).*

Bras horizontal	Bras à 45°	Bras vertical
		
$I = 1500 \text{ mA}$	$I = 600 \text{ mA}$	$I = 100 \text{ mA}$
$\left\Vert \overrightarrow{C_{5m\rightarrow 3}} \right\Vert = 78 \text{ N.mm}$	$\left\Vert \overrightarrow{C_{5m\rightarrow 3}} \right\Vert = 31 \text{ N.mm}$	$\left\Vert \overrightarrow{C_{5m\rightarrow 3}} \right\Vert = 5 \text{ N.mm}$

Question 11 : *De petits écarts existent par rapport au modèle analytique et numérique. Selon vous à quoi sont-ils dus ?*

Si on prend en compte en plus, la masse du bras et celle de l'écrou à billes, l'erreur devient négligeable.

AVANT DE PARTIR, RANGER LE POSTE