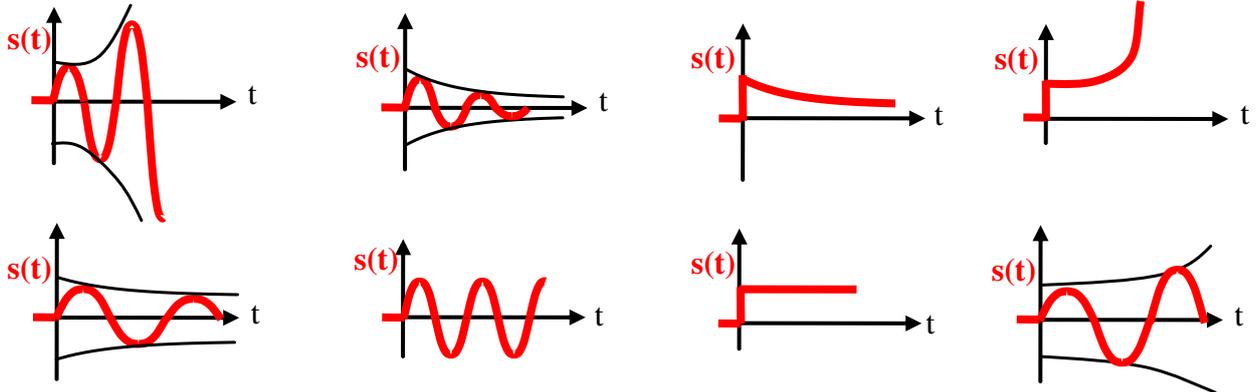


Réponses de systèmes à l'impulsion de DIRAC

On donne ci-dessous des réponses à l'impulsion de Dirac de plusieurs systèmes.



Q.1. Pour chaque cas déterminer si la réponse est celle d'un système stable, instable ou quasi instable.

Stabilité à partir des pôles de la FTBF

On donne ci-dessous les pôles des FTBF de plusieurs systèmes.

Système 1 : -1 ; -2

Système 4 : -2+3j, -2-3j, -2

Système 7 : -1+j, -1-j

Système 2 : -3, -2, 0

Système 5 : -j, j, -1, 1

Système 8 : 2, -1, -3

Système 3 : -2+j, -2-j, 2j, -2j

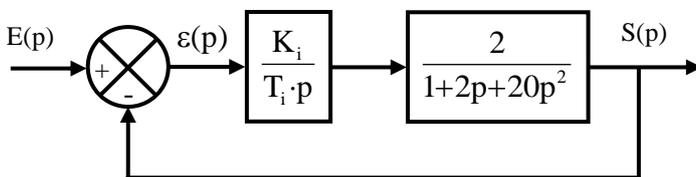
Système 6 : -1, 1

Système 9 : -6, -4, 7

Q.1. Pour chaque cas, déterminer si le système est stable, instable ou quasi instable.

Application du critère de Routh

On donne le schéma bloc modélisant un système asservi.



Q.1. Déterminer l'expression du gain K_i permettant d'obtenir un système stable.

Application du critère de Routh

On donne ci-dessous les FTBO de 3 systèmes asservis en retour unitaire.

$$F_1(p) = \frac{K}{p \cdot (p+3) \cdot (p+4)}$$

$$F_2(p) = \frac{K \cdot (1+T \cdot p)}{p \cdot (p+1) \cdot (1+0,5 \cdot p)}$$

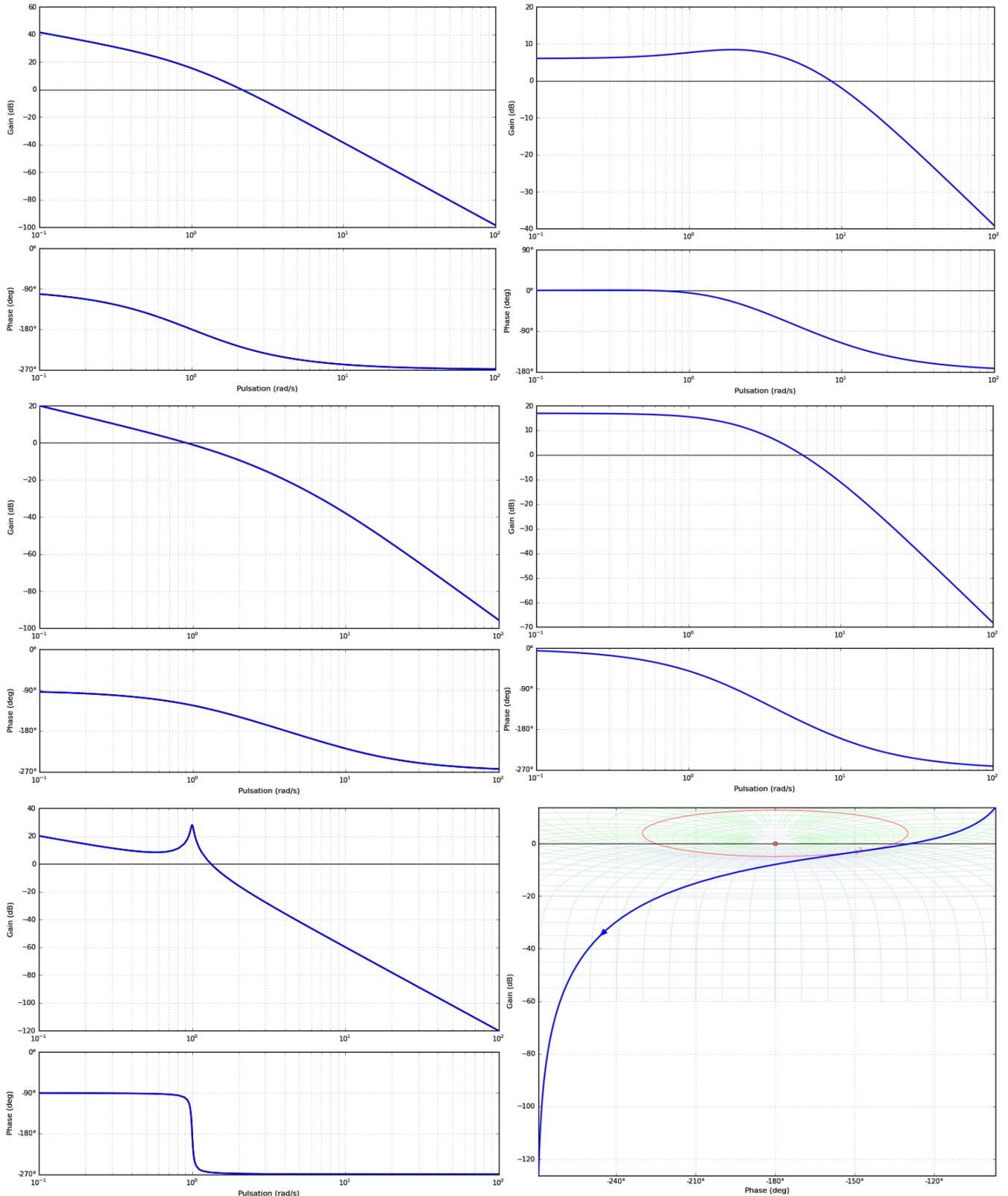
$$F_3(p) = \frac{K}{p^3 + 5p^2 + 8p + 5}$$

Q.1. Déterminer, à l'aide du critère de Routh, si les systèmes sont stables en boucle fermée et donner les valeurs de K admissibles.

Application du critère du revers

Q.1. On donne ci-dessous les lieux de transferts de plusieurs FTBO. Déterminer, à l'aide du critère du Revers si les systèmes sont stables en BF.

Q.2. Pour les systèmes stables, déterminer les marges de gain et de phase.
 Pour les systèmes instables, déterminer le gain K à multiplier en BO pour qu'ils deviennent stables.



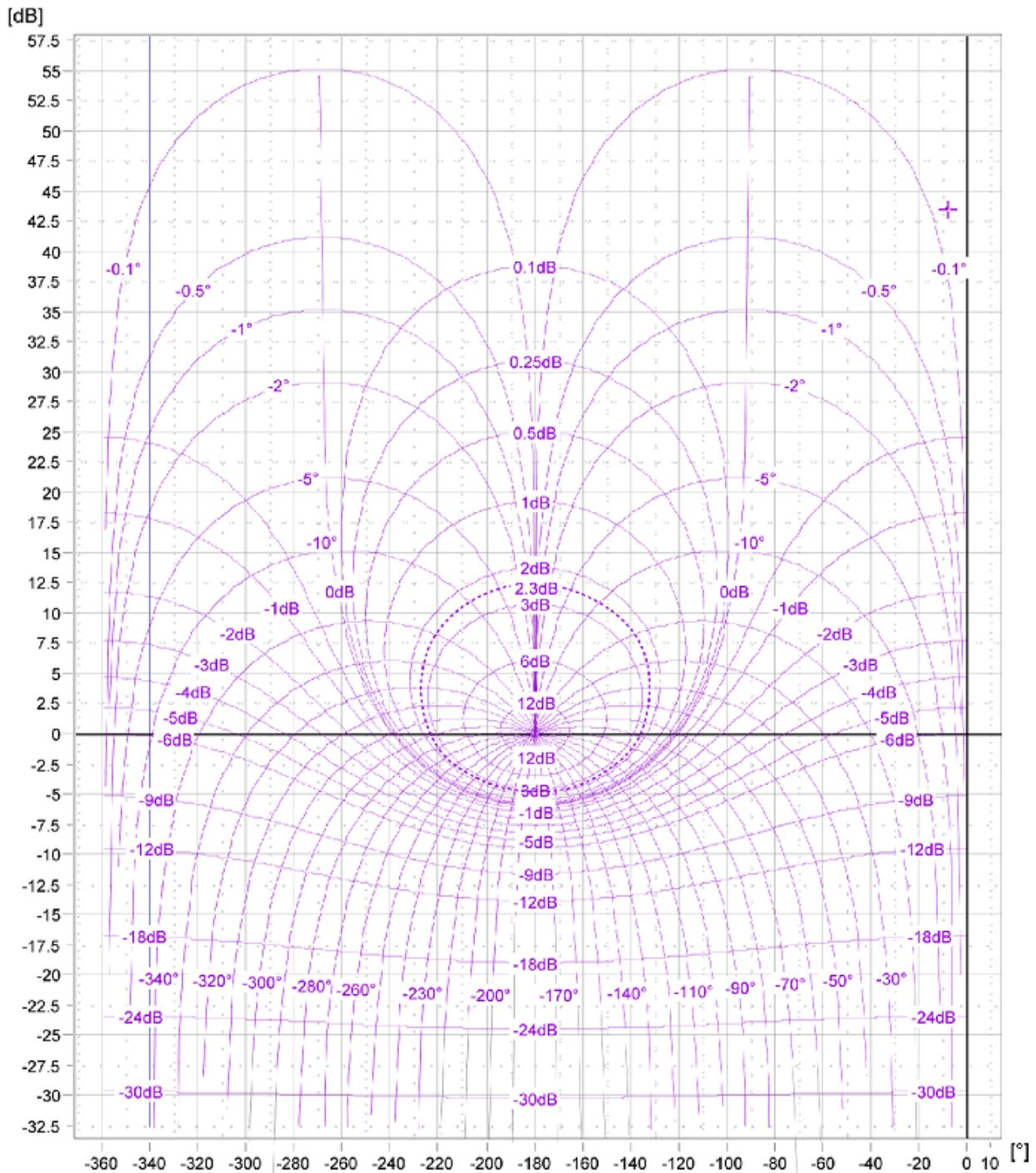
Réglage du facteur de résonance

La fonction de transfert en boucle ouverte d'un système à retour unitaire s'écrit :

$$BO(p) = \frac{K}{p(1 + 0,3 \cdot p)}$$

Q1. Tracer le diagramme de Black pour $K=1$ sur l'abaque de Black Nichols.

Q2. Déterminer K pour avoir un facteur de résonance de 2,3dB.



- un écart sur la sortie inférieur à 0,5 mm lors d'un effort perturbateur de 0,1 N.

2. Détailler les grandeurs physiques ajoutées.

3. Transformer ce schéma-bloc pour obtenir un retour unitaire.

4. Exprimer la fonction de transfert en boucle ouverte $F(p)$ et tracer les lieux de BODE asymptotiques.

Peut-on conclure quant à la stabilité ?

5. Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée $H_X(p)$ permettant d'étudier le suivi de consigne.

Quel est l'écart en régime permanent entre la sortie et la consigne ?

6. Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée $H_Z(p)$ permettant d'étudier l'influence d'une perturbation.

7. Quelle est l'influence d'un échelon de force perturbatrice d'amplitude Z_0 sur la position de l'équipage ? Conclure quant à la performance souhaitée.

--

4.11 Système de distribution à calage variable pour moteur 4 temps (d'après Banque PT SIA 2008)

Les véhicules automobiles utilisent généralement l'énergie fournie par un moteur à explosion. Ces moteurs fonctionnent majoritairement suivant un cycle à quatre temps. Ces quatre temps correspondent à deux aller-retour d'un piston dans un cylindre et un cycle complet se décompose comme suit :

- la phase d'admission, pendant laquelle le volume de la chambre croît, laissant pénétrer le combustible et l'air ;
- la phase de compression ;
- la phase d'explosion, 2^e aller du piston, seule phase motrice d'un tel cycle ;
- la phase d'échappement, 2^e retour du piston, pendant laquelle les gaz brûlés sont poussés vers l'échappement.

Pendant ces différentes phases, les orifices qui communiquent avec l'extérieur de la chambre sont ouverts ou obturés à l'aide de soupapes, dont le mouvement est engendré par la rotation d'un arbre à cames, lui-même entraîné par l'arbre moteur par un jeu de poulies et de courroies. L'arbre moteur est également appelé vilebrequin. Dans les moteurs modernes, on coordonne les mouvements de l'arbre à cames et du vilebrequin de façon à optimiser la consommation de carburant.

Pour le moteur objet de cette étude, un système de déphasage permet à cet effet de décaler l'arbre à cames d'un angle $\Delta\theta$ par rapport à une position de référence.

► Objectifs de l'étude

On souhaite définir l'architecture du système de commande et déterminer les valeurs numériques de certaines caractéristiques afin d'obtenir un asservissement en poursuite du déphasage :

- l'actionneur utilisé pour réaliser le déphasage $\Delta\theta$ de l'arbre à cames est un vérin hydraulique double-effet piloté par un servo-distributeur ;

- la consigne de déphasage $\Delta\theta_c$ est calculée à partir de diverses informations provenant de capteurs de position angulaire implantés sur le vilebrequin et sur l'arbre à cames, de capteurs thermiques implantés à différents endroits dans le moteur et du capteur d'enfoncement de la pédale d'accélération.

La gestion des informations citées ici n'est pas abordée dans cette étude.

► Notations

On note, lorsque cela est possible, une fonction dans le domaine temporel par une lettre minuscule et sa transformée de Laplace par une lettre majuscule.

Le schéma général de l'asservissement du processus physique et des différents bouclages réalisés est donné sur la figure 4.39.

On précise dans le tableau suivant les différentes grandeurs

$\Delta\theta_c(t)$	consigne de déphasage
$\Delta\theta(t)$	déphasage de l'arbre à cames
$m_d(t)$	mesure du déphasage
$\theta_1(t)$	position angulaire de la poulie
$\theta_2(t)$	position angulaire de l'arbre à cames
$m_{\theta_2}(t)$	mesure de la position angulaire de l'arbre à cames
$\theta_v(t)$	position angulaire du vilebrequin
$m_{\theta_v}(t)$	mesure de la position angulaire du vilebrequin
$im_{\theta_v}(t)$	image de la mesure de la position angulaire du vilebrequin
$u_c(t)$	tension de commande
$\varepsilon(t)$	écart de tension
$i(t)$	courant de commande du servo-distributeur
$q(t)$	débit à l'entrée du vérin
$x(t)$	déplacement axial du piston du vérin

► Hypothèses

Afin de simplifier la suite de l'étude, on suppose la position angulaire du vilebrequin $\theta_v(t)$ nulle, ce qui revient à étudier directement le déphasage de l'arbre à cames par rapport à une position de référence.

Dans le cadre d'une étude autour d'un point de fonctionnement, on considère toutes les conditions initiales nulles.

a) Problématique

1. Montrer que le schéma-bloc de la figure 4.39 se simplifie comme la figure 4.40.

On considère que les capteurs de mesure des positions angulaires $\theta_v(t)$ du vilebrequin et $\theta_2(t)$ de l'arbre à cames sont assimilables à des gains purs de même valeur C . Le gain de commande est identique au gain du capteur mesurant la position angulaire de l'arbre à cames. Le gain de l'amplificateur est supposé unitaire. Le gain associé au coulisseau à cannelures hélicoïdales est noté K_c . Le servo-distributeur est modélisé par un gain pur noté K_e . On adopte comme valeurs numériques

$$C = 10 \text{ V rad}^{-1} \quad K_c = 18 \text{ rad m}^{-1}$$

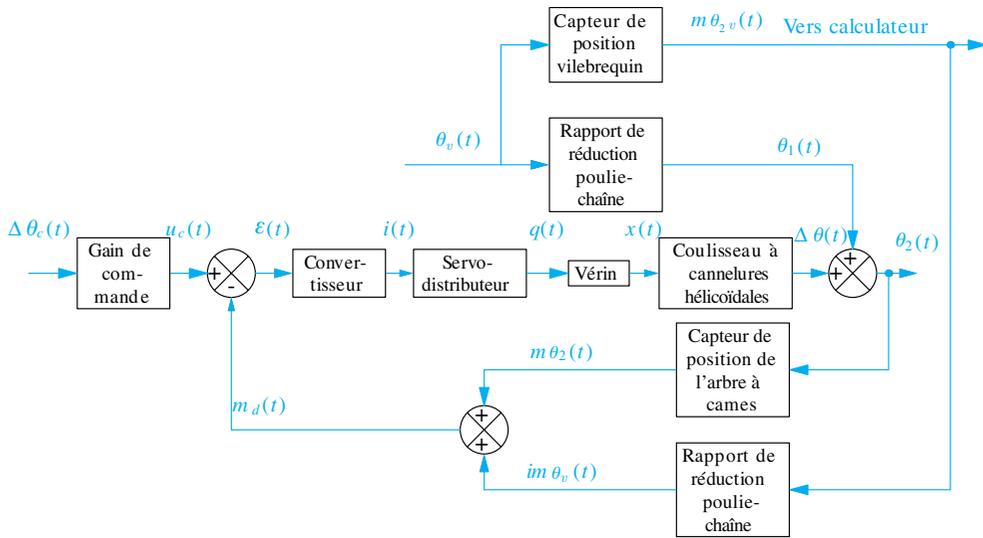


Figure 4.39 Schéma-bloc général de l'architecture du système.

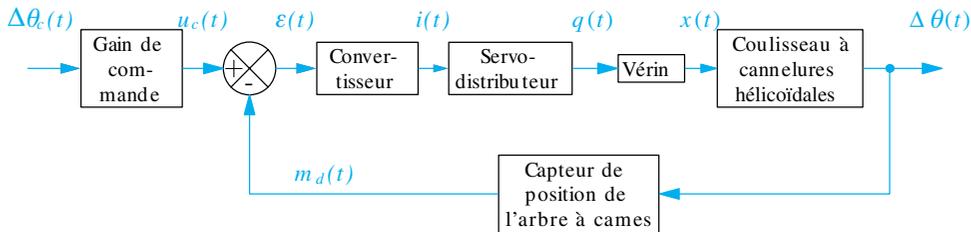


Figure 4.40 Schéma simplifié de l'architecture du système.

b) Analyse du comportement dynamique avec une modélisation de fluide incompressible

Le fluide est modélisé par un comportement incompressible. On néglige les fuites possibles dans le circuit hydraulique. L'équation caractérisant le comportement du vérin hydraulique est alors la suivante

$$q(t) = S\dot{x}(t)$$

On appelle S l'aire de la surface utile du piston du vérin, et on donne $S = 9,6 \text{ cm}^2$.

2. Après avoir appliqué la transformée de Laplace aux différentes équations, compléter le schéma-bloc de la figure 4.41.

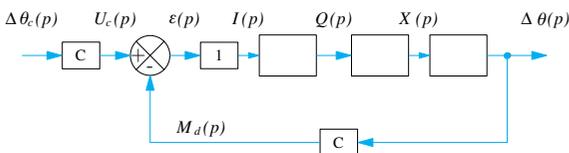


Figure 4.41 Schéma bloc avec fluide incompressible.

3. Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF}(p)$ associée à ce schéma. Déterminer la valeur du gain K_e du servo-distributeur qui entraîne un temps de réponse à 5 % de 250 ms.

c) Analyse du comportement dynamique en prenant en compte la compressibilité du fluide

Le modèle précédent est trop simpliste car il ne prend pas en compte des caractéristiques physiques importantes vis-à-vis du comportement réel du système. Il est nécessaire de considérer :

- la compressibilité du fluide ;
- les fuites dans la partie hydraulique.

Pour analyser l'influence de ces deux phénomènes sur le comportement dynamique global du système, il est nécessaire de prendre en compte l'effort résistant exercé par le coulisseau à cannelures hélicoïdales sur le piston du vérin, grandeur physique correspondant à une perturbation. On admet que les équations simplifiées traduisant le comportement du vérin en prenant en compte la compressibilité du fluide sont :

pour l'aspect hydraulique : $q(t) = S\dot{x}(t) + \frac{V}{B}\dot{p}(t)$

V : volume moyen de la chambre du vérin (48 cm^3)

B : coefficient de compressibilité de l'huile ($1\,500 \cdot 10^6 \text{ Pa}$)

pour l'aspect dynamique : $M\ddot{x}(t) = Sp(t) - F(t)$

$p(t)$: pression utile dans le vérin

$F(t)$: force exercée par la poulie sur le coulisseau

M : masse des parties mobiles en translation (500 g)

Les fuites ne sont pas introduites dans cette modélisation, leur influence sur le comportement ne sera abordée que dans la partie suivante.

4. Après avoir appliqué la transformée de Laplace aux différentes équations, compléter le schéma-bloc de la figure 4.42.

5. Déterminer les fonctions de transfert $H_Q(p)$ et $H_F(p)$ qui relient $Q(p)$ et $F(p)$ à $X(p)$ sur la figure 4.43 de la façon suivante

$$X(p) = H_Q(p)Q(p) + H_F(p)F(p)$$

Modifier leurs expressions afin d'obtenir comme formes canoniques

$$H_Q(p) = \frac{1}{a_1 p} \frac{1}{1 + a_2 p^2} \quad \text{et} \quad H_F(p) = \frac{a_3}{1 + a_2 p^2}$$

Préciser les expressions littérales et calculer les valeurs numériques des coefficients a_1 , a_2 et a_3 en donnant 4 chiffres significatifs.

Le schéma de la figure 4.42 peut donc être transformé sous la forme de la figure 4.43.

6. Appliquer le critère de Routh à la modélisation actuelle. Conclure.

d) Étude de l'influence des fuites hydrauliques

Il existe plusieurs façons de rendre le système stable. Il est possible en particulier d'introduire artificiellement un débit de fuite au niveau du vérin. On constate en effet que le débit dû aux fuites internes est insuffisant pour stabiliser le comportement dynamique du système. L'introduction de ce débit de fuite dans les équations traduisant le comportement du vérin conduit à la présence d'un coefficient d'amortissement ξ_Q dans la fonction de transfert $H_Q(p)$. On pose alors

$$H_Q(p) = \frac{1}{a_1 p} \frac{1}{1 + \frac{2\xi_Q}{\omega_Q} p + \frac{p^2}{\omega_Q^2}} \quad \text{avec} \quad a_2 = \frac{1}{\omega_Q^2}$$

En prenant $\xi_Q = 0.0001$, on obtient le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO1}(p)$ présenté sur la figure 4.44.

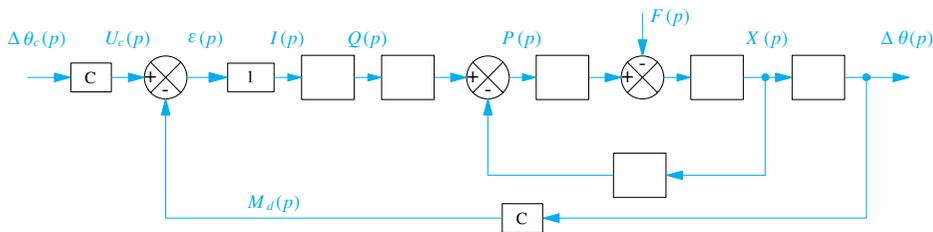


Figure 4.42 Schéma-bloc avec fluide compressible.

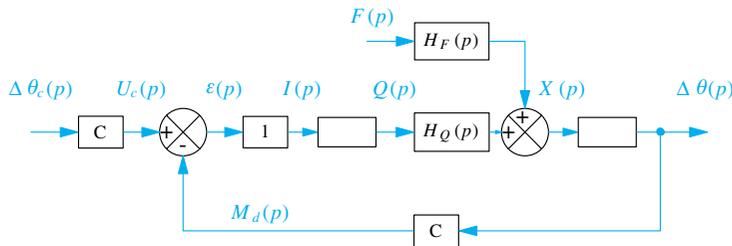


Figure 4.43 Schéma-bloc avec fluide compressible transformé.

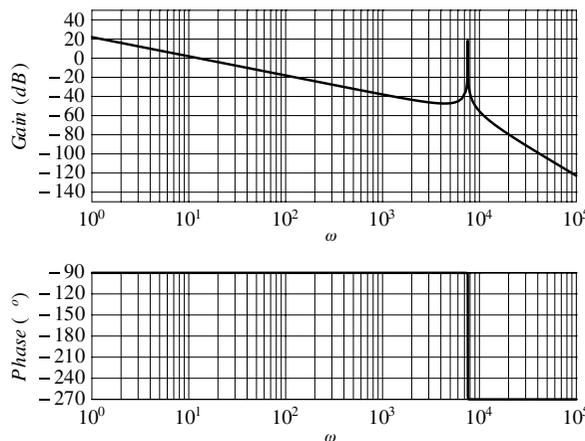


Figure 4.44 Diagrammes de Bode de la fonction H_{BO1} .

7. En prenant trois ou quatre valeurs sur l'agrandissement de ce diagramme autour du pic de résonance représenté sur la figure 4.45, compléter le diagramme de Black correspondant de la figure 4.46.

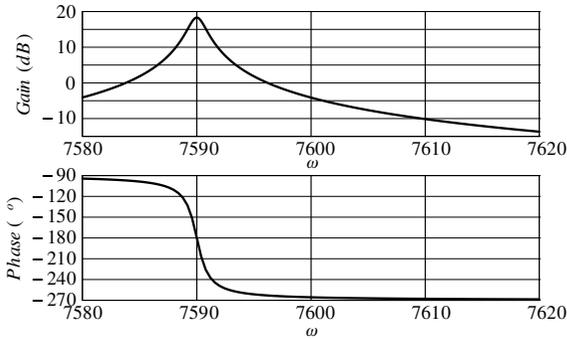


Figure 4.45 Diagrammes de Bode de la fonction H_{BO1} (zoom).

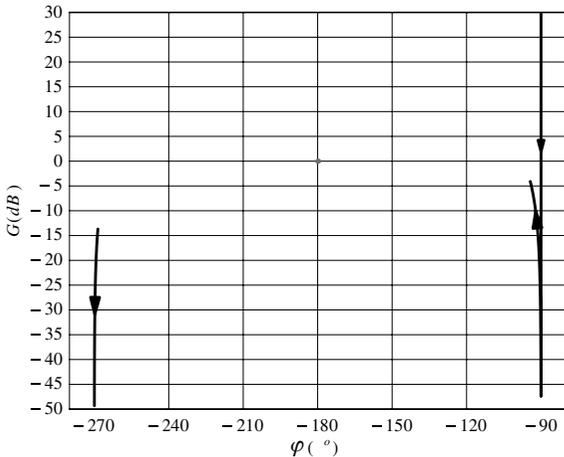


Figure 4.46 Diagramme de Black de la fonction H_{BO1} .

8. Discuter de la stabilité du système en énonçant précisément le théorème utilisé. Déterminer la valeur limite du coefficient d'amortissement ξ_Q qui stabilise le comportement du système.

e) Optimisation du comportement du système

Pour toutes les phases d'accélération et de décélération du véhicule, le régime moteur n'est pas constant. Le système

doit donc en permanence ajuster la valeur du déphasage. L'étude de ce type de comportement nécessite l'étude de la réponse en poursuite du système asservi, c'est-à-dire la réponse temporelle à une rampe unitaire.

9. À partir du modèle précédent, en conservant $\xi_Q = 0,0001$, préciser le mode dominant de la fonction de transfert en boucle ouverte et proposer la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO2}(p)$ correspondante.

En ne considérant que ce mode dominant, déterminer l'écart et le retard de la réponse en poursuite du système. Déterminer la bande passante à 0 dB de ce modèle.

► Premier modèle de correcteur

Pour annuler l'écart en poursuite, on introduit un intégrateur après le comparateur, comme le montre la figure 4.47

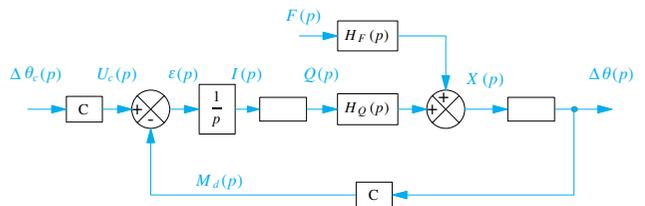


Figure 4.47 Système corrigé par un intégrateur.

10. Tracer le diagramme asymptotique de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO2}(p)$ telle que $M_d(p) = H_{BO2}(p)U_c(p)$ du système corrigé par un intégrateur. Discuter la stabilité du système obtenu. En particulier, précisez la valeur de la marge de phase, c'est-à-dire la valeur de $M_\varphi = \text{Arg}(H_{BO2}(j\omega_{0\text{dB}})) + 180^\circ$, $\omega_{0\text{dB}}$ étant la pulsation pour laquelle le gain de la FTBO $H_{BO2}(p)$ est 0 db.

► Second modèle de correcteur

On souhaite obtenir une marge de phase de 50° . Pour cela, on introduit un correcteur à avance de phase, de fonction de transfert $H_{AV}(p)$. Il est positionné sur la figure 4.48.

$$H_{AV}(p) = K_{AV} \frac{1 + \tau_{AV} p}{1 + a \tau_{AV} p} \quad \text{avec} \quad 0 < a < 1$$

11. On considère que deux systèmes ont une dynamique équivalente s'ils ont la même bande passante à 0 dB.

En faisant référence aux diagrammes de Bode de la figure 4.44, déterminer graphiquement la valeur du gain du correcteur K_{AV} qui permet de récupérer la dynamique qu'avait le système avant l'insertion de l'intégrateur.

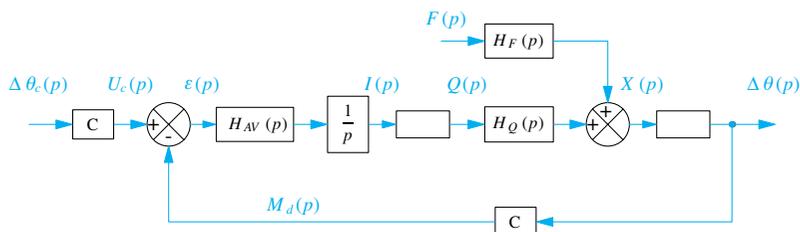


Figure 4.48 Système corrigé par un intégrateur et un correcteur à avance de phase.

12. Déterminer les valeurs numériques de a puis de τ_{AV} qui permettent d'obtenir une marge de phase de 50° tout en conservant au mieux la dynamique du système. On indique que l'apport maximum de phase φ_{max} d'un tel correcteur est donné par la relation :

$$\sin \varphi_{max} = \frac{1 - a}{1 + a}$$

Pour information, la figure 4.49 représente la réponse du modèle final à un signal de consigne linéaire par morceaux.

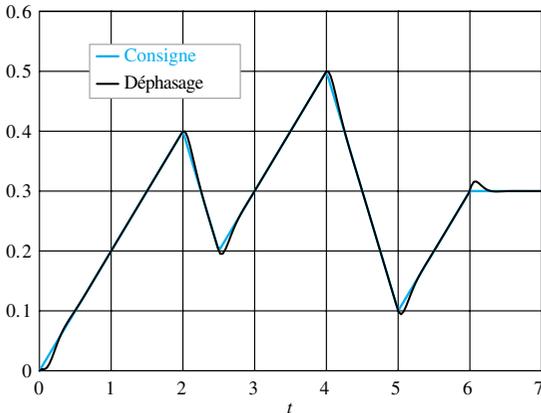


Figure 4.49 Réponse du système corrigé.

4.12 Bras maître à retour d'effort de système de réalité virtuelle

(d'après Mines-Ponts PSI 2007)

Un système à retour d'effort est un périphérique informatique particulier, utilisé par des entreprises souhaitant effectuer en phase de conception des manipulations sans faire appel à des prototypes physiques. Il permet à son utilisateur d'interagir avec un environnement virtuel par l'intermédiaire du sens du toucher. Il se compose d'une structure mécanique articulée, le **bras maître**, équipée de moteurs et de capteurs, reliés à une électronique embarquée.

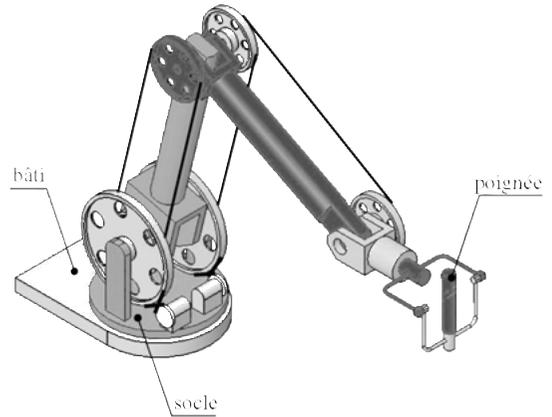


Figure 4.50 Schéma d'un bras maître à retour d'effort de la société Haption.

L'utilisateur prend en main la poignée située à l'extrémité de la structure et peut la déplacer librement, provoquant ainsi le déplacement de l'image dans la scène virtuelle tridimensionnelle qu'il visualise à l'aide d'un masque. Le bras à retour d'effort lui restitue les actions mécaniques qu'il ressentirait lors de la manipulation réelle.

Toutes les notations utilisées dans ce texte sont regroupées et explicitées dans un tableau à la page 153.

Fonction « Asservir les actions mécaniques générées sur le bras maître à celles rencontrées par le système virtuel »

L'étude se limite à l'axe numérique associé à la rotation du socle par rapport au bâti autour de l'axe vertical. Le socle supporte l'ensemble du bras.

► Étude de la boucle de courant

La consigne de couple $C_c(p)$ est élaborée par l'interface de couplage. La description des chaînes d'énergie et d'information (figure 4.51), ainsi que le modèle continu de l'axe (figure 4.53) font apparaître un asservissement de courant, appelé « boucle de courant », ayant comme entrée la consigne de courant $I_c(p)$ et comme sortie le courant absorbé par le moteur $I(p)$.

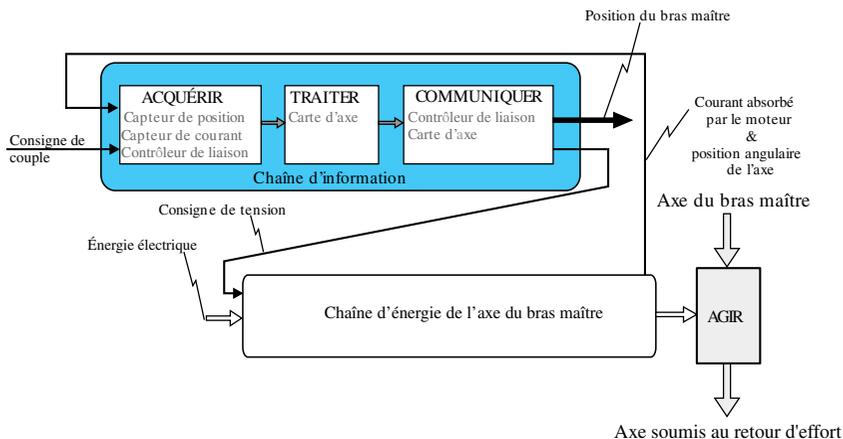


Figure 4.51 Chaîne d'information de l'axe du bras maître.