Banc d'essai vibrant

Les vibrations se retrouvent dans tout système. Elles nuisent à la durée de vie de ce dernier.
Un banc d'essai (photo ci-contre) permet leur étude.

La figure proposée sur la page suivante représente un modèle et son paramétrage d'un sous ensemble du banc. Une modélisation plane a été retenue. Le bâti vibrant est modélisé par un solide S_1, de masse m_1 en liaison glissière parfaite avec un support S_0, fixe par rapport à un repère R_0 supposé galiléen. Le solide S_1 est rappelé par un ressort de longueur libre l_0 et de raideur k. Une masse ponctuelle m_2 excentrée, placée en P, tourne sur un rayon r et est entraînée à vitesse constante Ω. Elle modélise le balourd du rotor d'un moteur S_2. Un pendule simple de longueur L, porte à son extrémité D une masse concentrée m_3, l'ensemble constitue le solide S_3, en liaison pivot parfaite d'axe $\left(C,\vec{z}_0\right)$ avec S_1. Les masses autres que m_1, m_2 et m_3 sont négligées.

L'objectif est de déterminer les deux équations différentielles liant les degrés de liberté x et θ.

Q.1. Par application du principe fondamental de la dynamique à deux systèmes judicieusement choisis, déterminer deux équations différentielles liant x, θ, leurs dérivées et les paramètres cinétiques et cinématiques utiles.

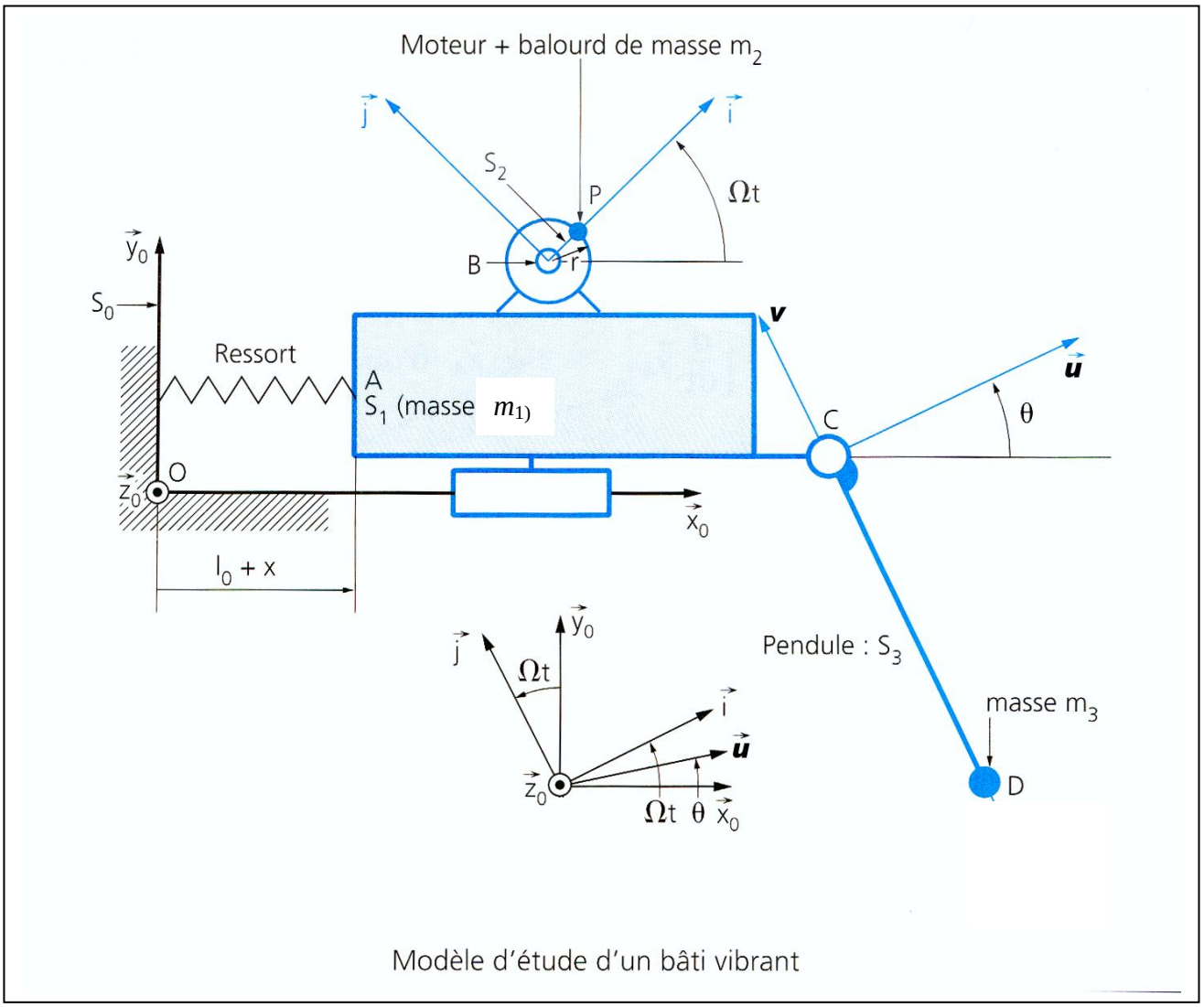
On recherche une solution du système d'équations différentielles déterminé précédemment autour de la position d'équilibre $\left(x,q\right)=0$.

Q.2. Proposer une linéarisation, à l'ordre 1, des deux équations différentielles précédentes.

Seul le régime d'oscillations forcées nous intéresse. On cherche donc des solutions de la forme $x(t)=A\cos wt$ et $q(t)=B\cos wt$.

Q.3. Déterminer le système d'équations permettant de calculer A et B.

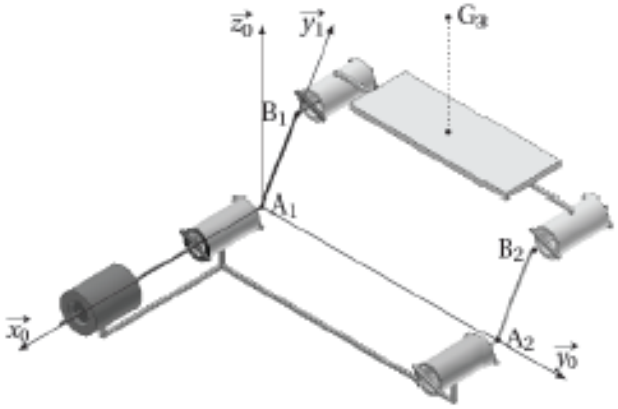
Q.4. On souhaite éliminer les vibrations du bâti ; quelle condition la longueur L doit-elle vérifier afin d'assurer $x(t) = 0$ en régime forcé ?



Modèle d'étude d'un bâti vibrant

Marche motorisée

Le mécanisme étudié pour la marche motorisée est représenté figure ci-dessous. Cette marche motorisée est utilisée pour permettre à des personnes handicapées de franchir une marche.
Pendant la phase de montée, l'angle θ évolue de 0 à 90°.

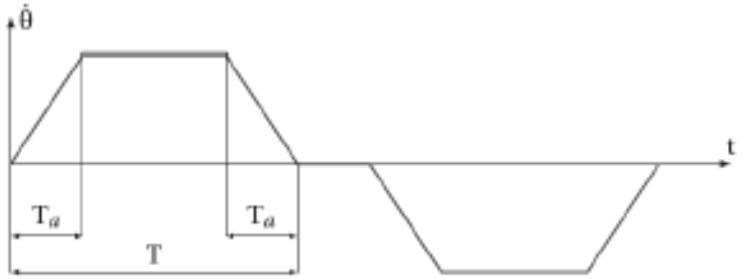


Les barres A_1B_1 et A_2B_2 sont de même longueur l, de masse négligeable. La barre A_1B_1 est liée à l'arbre moteur, la matrice d'inertie de l'ensemble arbre moteur ; barre 1 s'écrit :

$$\mathcal{I}(A_1,1)\begin{pmatrix} A_1 & F_1 & 0 \\ F_1 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)}$$

On note M_3 la masse totale de l'ensemble transporté plateau + personne. On donne :
- $\overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{A_2B_2} = a\,\vec{y}_1 \quad \overrightarrow{A_1A_2} = \overrightarrow{B_1B_2} = l\,\vec{y}_0$;
- $\overrightarrow{B_1G_3} = d\,\vec{x}_0 + \dfrac{l}{2}\,\vec{y}_0 + h\,\vec{z}_0$;
- $\theta = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$.

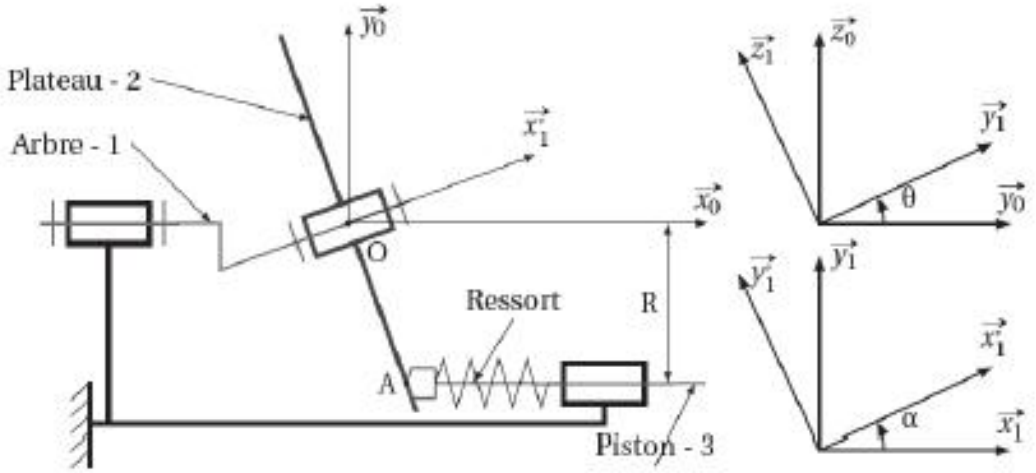
Un couple moteur C_m est appliqué sur l'arbre moteur. Le mouvement est défini par la caractéristique de vitesse figure ci-dessous. Le temps T_c correspond au temps de cycle pour que θ évolue de $\theta = 0$ à $\theta = 90°$. Le temps T_a correspond aux phases d'accélération et de décélération.

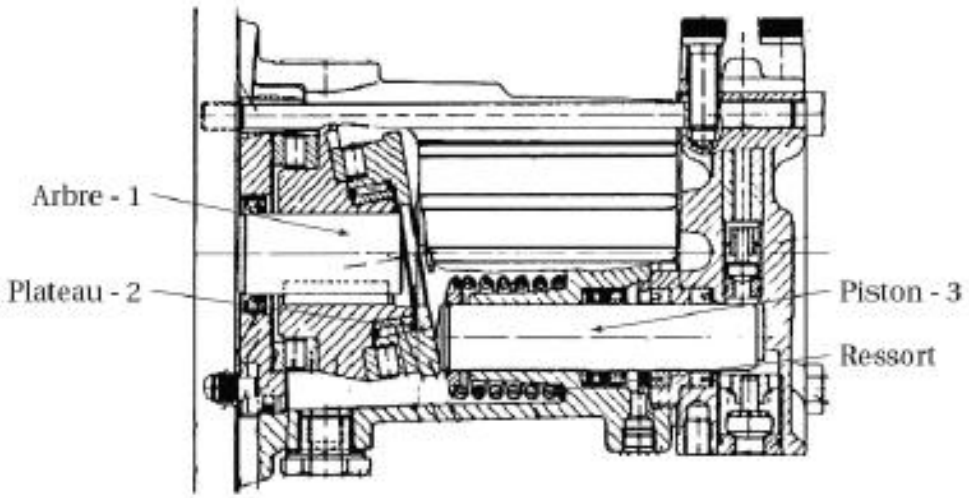


Q1 : déterminer $\vec{v}(G_3, 3/0)$ puis $\vec{a}(G_3, 3/0)$.
Q2 : déterminer le torseur cinétique de l'ensemble 3 par rapport à 0.
Q3 : tracer le graphe de structure du mécanisme.
Q4 : établir l'équation différentielle du mouvement, préciser les isolements successifs, n'écrire que les équations utiles à la résolution.
Q5 : déterminer alors le couple moteur, et tracer l'évolution de celui-ci sur le graphe des vitesses (on prendra $A_1 = 1$ kg · m^2, $M_3 = 30$ kg et $a = 30$ cm).
Q6 : peut-on déterminer tous les efforts de liaison ?
Q7 : proposer si nécessaire une modification de la liaison en B_2.

Hydronettoyeur

Le schéma technologique ci-dessous représente la pompe hydraulique d'un hydro-nettoyeur. Cet hydro-nettoyeur assure lui-même la production d'eau chaude et la mise sous pression de l'eau grâce à la pompe hydraulique. La pompe comporte 5 pistons répartis régulièrement. L'arbre moteur entraîne dans sa rotation un plateau dont l'axe est incliné d'un angle $\alpha = 10°$, le mouvement oscillant du plateau entraîne les pistons en translation.





On donne :
- $R = 18$ mm ;
- $\alpha = 10°$;
- masse du piston $m = 100$ g ;
- fréquence de rotation du moteur $N = 3000$ tr · min^{-1}.

Modélisation cinématique

On modélise dans un premier temps la liaison entre le piston et le plateau par une liaison sphère/plan.
Q1 : tracer le graphe de structure du mécanisme pour un seul piston. Après avoir donné le degré de mobilité (en détaillant les divers mouvements correspondants), calculer le degré d'hyperstatisme du mécanisme.
On modélise maintenant la liaison entre le piston et le plateau par une liaison cylindre/plan plus conforme avec la réalisation réelle

Q2 : le degré de mobilité est-il modifié ? Calculer le degré d'hyperstatisme. Pourquoi a-t-on réalisé un contact linéaire entre le piston et le plateau ?

Détermination du ressort de rappel

On se propose dans cette partie de déterminer la raideur k minimale pour que le contact soit toujours maintenu entre le piston et le plateau.

- pendant la phase de refoulement la pression appliquée sur la face avant du piston est de 100 bar l'effort développé par le ressort est négligeable devant les efforts dus à la pression ;
- pendant la phase d'aspiration, on ne prendra en compte que l'effort développé par le ressort ;
- le ressort de raideur k, est écrasé de la valeur $e = 20$ mm lorsque le piston est en position point mort droit (fin de refoulement, début d'aspiration). L'écrasement total e est supérieur à la course du piston ;
- le poids des différentes pièces est négligeable devant les autres actions mécaniques ;
- les liaisons sont supposées parfaites.

On supposera dans cette partie que le contact en A est ponctuel.

Q3 : justifier que pour le point A, on peut écrire $\overrightarrow{OA} = x_a \vec{x}_0 - R\vec{y}_0$ et $\overrightarrow{OA} \cdot \vec{x}_1 = 0$. En déduire $x_A = R \tan\alpha \cos\theta$. Déterminer $\vec{v}(G, 3/0)$ puis $\vec{a}(G, 3/0)$.

Q4 : écrire le torseur des actions transmissibles par la liaison entre le plateau et le piston en A, d'abord dans la base $(\vec{x}'_1, \vec{y}'_1, \vec{z}'_1)$ puis dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$. Écrire le torseur des actions transmissibles par la liaison entre le piston et le bâti. Donner l'expression de l'action exercée par le ressort sur le piston en fonction de k, e, θ, α et les autres paramètres géométriques.

Q5 : écrire l'équation de la résultante suivant $\vec{x}_0$ issue de l'application du principe fondamental de la dynamique appliqué au piston.

Q6 : à quelle condition n'y a-t-il pas rupture de contact en A ? en déduire la valeur minimale de la raideur k du ressort.