Adapter la commande d'un système linéaire et continu asservi pour optimiser ses performances globales

Sommaire

1 Principe de la correction

1.1 Améliorer le comportement des systèmes

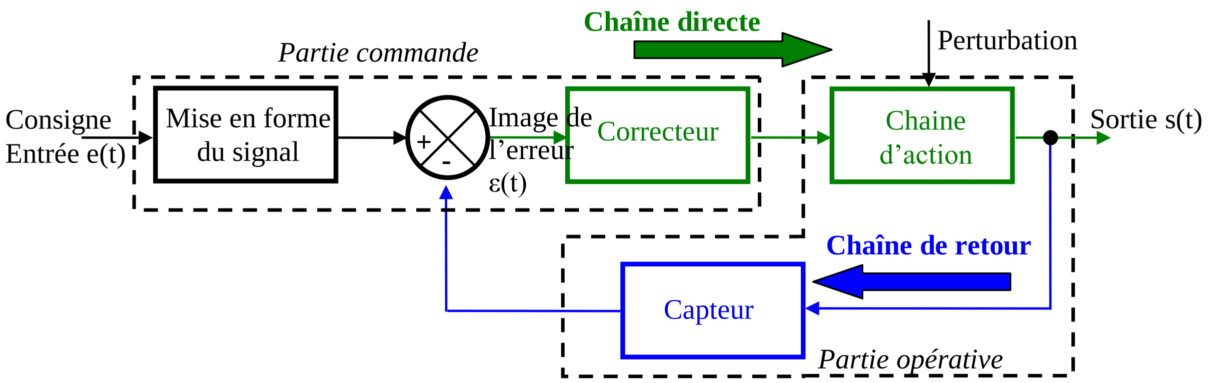
On considère, à titre d'exemple, le système constitué d'un véhicule automobile et de son conducteur.
Si le temps de parcours est jugé trop long, deux solutions se dessinent :
• changer de véhicule ;
• ou changer de conducteur (ou de commande).

De la même façon, si un système asservi ne satisfait pas à un cahier des charges, deux solutions peuvent être envisagées :
• modifier le système en profondeur en améliorant notamment sa chaîne d'action ;
• modifier la façon de générer la commande du système.

C'est cette deuxième option qui est développée dans la suite de ce chapitre.
Pour un système asservi, la commande du système est élaborée de façon autonome à partir de l'image de l'erreur entre une consigne donnée et la grandeur obtenue en sortie.
Pour améliorer ses performances, il est envisagé de modifier sa FTBO de façon à optimiser la commande en ajoutant un élément, le correcteur, dont on choisit la fonction de transfert.

1.2 Place du correcteur

La correction est réalisée par un correcteur qui élabore le signal en entrée de la chaine d'action en fonction de l'image de l'erreur, c'est à dire en fonction de la différence entre l'image de la consigne et l'image de la sortie. Il est généralement positionné dans la chaîne directe entre le comparateur et la chaîne d'action dans la partie commande du système car les énergies mises en jeu y sont faibles. On dit dans ce cas qu'il s'agit d'un correcteur «série ».



Cette position permet :

- d'assurer une correction efficace des perturbations puisqu'il est placé avant les perturbations,
- de réaliser une correction avec les informations les plus « fraiches » puisqu'en sortie de comparateur le signal n'a pas été modifié par les différents constituants du système.

D'autres positions sont envisageables mais non au programme.

Les caractéristiques du correcteur sont entièrement contrôlées et réglables soit par une technologie électronique (correcteur analogique) ou informatique (correcteur numérique).

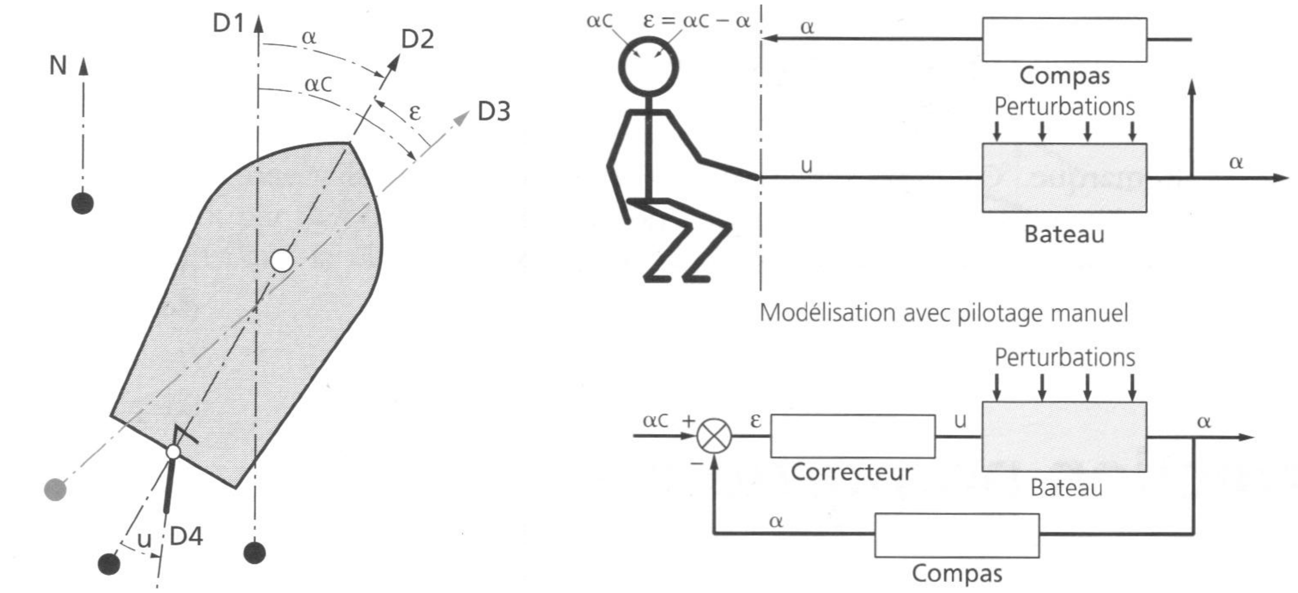
Il est à noter que les correcteurs numériques supplantent désormais complètement les correcteurs analogiques du fait de la souplesse de leur réglage par programmation. Il est cependant impossible en 2ème année de CPGE d'étudier ce type de correction. C'est pourquoi, nous aborderons la correction analogique pour pouvoir par la suite « transposer » la démarche sur les correcteurs numériques.

1.3 Différentes actions d’un correcteur : Étude de la commande de cap d'un voilier

Soit un voilier de plaisance dont le barreur est un débutant dont on suit progressivement l’apprentissage afin de suivre son évolution par rapport à la commande de cap en fonction de l’erreur constaté entre le cap réel et celui désiré.

On considère que le barreur cherche uniquement à suivre un cap donné $\alpha_c(t)$, et qu'il dispose de la valeur du cap réel $\alpha(t)$ donnée par un capteur (« le compas »). Il est alors apte à déterminer l'erreur $e_r(t)=e(t)-s(t)=\alpha_c(t)-\alpha(t)$.

En fonction de cette erreur, il élabore un angle de gouverne $u(t)$ que l'on appelle la commande.



On considère la fonction de transfert du compas unitaire, afin de poser $e_r(t)=\varepsilon(t)$.

On analyse alors les différentes attitudes du barreur pour en tirer des modèles de relations : $u(t)=f(\varepsilon(t))$.

<u>Cas 1 : barreur novice et un peu « brutal » :</u> $u(t)=U_{max}\cdot \text{signe}(\varepsilon(t))$

Un barreur de ce type a tendance à réagir très brutalement à une erreur de cap. La commande de la barre est donc le plus souvent à l'une des extrémités de la plage de variation [-Umax, +Umax], le côté choisi est lié au signe de l'erreur. C’est une commande tout ou rien.

Cette commande est peu confortable pour les passagers. Elle est non linéaire.

<u>Cas 2 : barreur débutant « plus calme ›› :</u> $u(t)=K_p\cdot\varepsilon(t)$

La commande de la barre est donc **proportionnelle à l’erreur**. Elle est linéaire.

Suivant la valeur de K_p, les performances vont varier : plus K_p est élevé, plus la commande sera rapide ; si K_p est trop grand, on peut tendre vers des balancements (roulis) proches de l’instabilité.

<u>Cas 3 : barreur expérimenté qui prend en compte la variation de l’erreur :</u> $u(t)=K_p\cdot\varepsilon(t)+K_d\cdot\dfrac{d\varepsilon(t)}{dt}$

Ce barreur maîtrise maintenant les évolutions de son bateau, il cherche donc à anticiper les réactions du bateau en fonction de ses choix. Il constate alors que la seule connaissance de l'erreur ne suffit plus.

Il faut aussi tenir compte de la **manière dont cette erreur varie**, afin de tempérer son action.
Il ajoute donc **une action dérivée qui prend en compte les variations de l’erreur**.
L'amplitude de la commande sera plus faible si l'erreur a tendance à diminuer et plus forte dans le cas contraire. L'action dérivée est anticipatrice et stabilisatrice.
La commande de barre est donc proportionnelle et dérivée.

Cas 4 : barreur expérimenté qui prend en compte la variation de l'erreur, mais également la somme des erreurs : $u(t)=K_p\cdot\varepsilon(t)+K_d\cdot\frac{d\varepsilon(t)}{dt}+K_i\cdot\int_0^t\varepsilon(t)\cdot dt$

Au bout de nombreuses sorties, le barreur s'aperçoit que, alors qu'il est proche du cap visé, tous les petits mouvements du bateau liés aux perturbations autour du cap à suivre font que le bateau dévie légèrement de sa direction.

Il souhaite donc connaître si au cours du temps l'erreur est plus souvent positive ou négative afin d'améliorer la précision de sa commande. Il ajoute donc une **action intégrale qui prend en compte la somme des erreurs,** c'est-à-dire la qualité du suivi depuis le début de l'expérience.
La commande est alors proportionnelle intégrale et dérivée, on dit PID.

Cas 5 : amélioration encore possible
Le barreur peut encore s'améliorer puisqu'il doit choisir le poids relatif des coefficients K_p, K_d et K_i en fonction d`une foule de paramètres qui sont liés au bateau (taille, chargement, état de la voilure…) et à l'environnement (vent, houle, courants...).

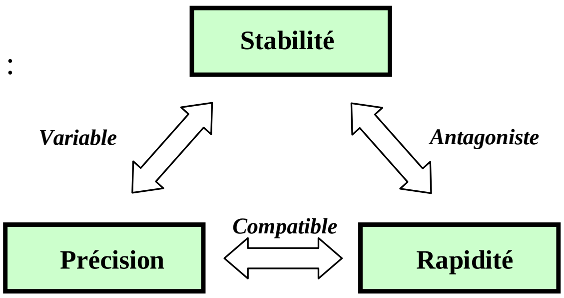
Cependant, il faut garder à l'esprit que modifier la commande ne peut résoudre tous les problèmes et que parfois des modifications de la chaîne d'action sont indispensables.

Pour reprendre l'exemple précédent, même le meilleur skipper du monde ne pourrait rendre acceptables les performances réalisées avec un voilier particulièrement poussif.

1.4 Dilemme stabilité/rapidité/précision

Un système asservi doit satisfaire à différentes exigences :

- obtention et maintien de la stabilité ;
- obtention d'un transitoire bien amorti ;
- rapidité de la réponse dans les transitoires ;
- précision statique et dynamique ;
- effacement des effets des perturbations.



Ces exigences doivent être remplies pour respecter le C.d.C.F. mais elles ne sont pas compatibles. C'est le dilemme stabilité/rapidité/précision.

1.5 Critères de performances des systèmes asservis

Les critères de performance demandés dans les C.d.C.F. sont généralement parmi ceux récapitulés dans le tableau ci-dessous :

	Stabilité	Précision	Rapidité
Exemples de critères du C.d.C.F sur la **FTBF**	• **1er Dépassement :** D_1 = 10 à 20% maxi • **Surtension :** $Q_{dB}\approx$ 2,3dB soit $Q\approx 1,3$ • **Amortissement** : z = 0,5 à 0,7	• **Erreur de position :** Erreur nulle ou imposée • **Erreur de trainage :** Erreur nulle ou imposée	• **Temps de réponse à 5% :** $t_{5\%}$ imposé • **Temps de montée :** t_m imposé • **Bande passante à -3dB :** $BP_{FTBF(-3dB)}$ imposée
Conséquence des critères du C.d.C.F sur la **FTBO**	• Marge de gain : M_G = 10dB environ • Marge de phase : M_φ = 45° environ • Gain de boucle : K_{BO} à définir en fonction des marges imposées	• Gain de boucle : K_{BO} à définir en fonction de l'erreur imposée • Classe α : α à définir en fonction de l'erreur imposée	• Gain de boucle : K_{BO} à définir en fonction du temps de réponse imposé • Bande passante à 0dB : $BP_{FTBO(0dB)}$ = pulsation de coupure $\omega_{co(FTBO)}$ imposée

2 Correcteur Proportionnel : P

La fonction de transfert du correcteur P est du type : $\boxed{C(p) = K_p}$.

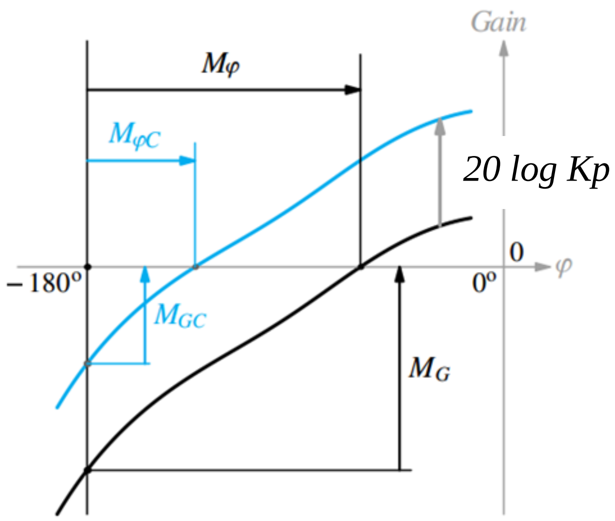
C'est le procédé de correction le plus simple à réaliser.
Il consiste à modifier le gain global K de la FTBO initiale en le multipliant par le gain Kp.
Ainsi après correction, nous obtenons un nouveau gain statique de la FTBO corrigée : $K_{corrige} = K \cdot K_p$.

La modification du gain de la FTBO engendrée par le correcteur proportionnel se traduit :
• sur un diagramme de BODE en gain, par la translation du lieu de transfert suivant l'axe du gain ;
• sur un diagramme de BODE en phase, par aucun changement ;
• sur un diagramme de BLACK, par la translation du lieu de transfert suivant l'axe du gain.

La translation se fait dans un sens ou dans l'autre, suivant la valeur de Kp :
• si Kp<1, la translation se fait vers le bas ;
• si Kp>1, la translation se fait vers le haut.

Influence sur la stabilité : ☺ si Kp<1 et ☹ si Kp>1

☺ Un gain Kp<1 engendre généralement une augmentation des marges de phase et de gain.
☹ Un gain Kp>1 engendre généralement une diminution des marges de phase et de gain !
☹☹ Un gain Kp>>1 conduit souvent à un système oscillant avec des dépassements importants, et dans le cas extrême rend le système instable.



Influence d'un correcteur proportionnel sur la stabilité (Kp>1)

Influence sur la précision : ☹ si Kp<1 et ☺ si Kp>1

• Si la FTBO est de classe 0, l'image de l'erreur de position vaut $\varepsilon(+\infty) = \dfrac{a}{1+K_{corrige}} = \dfrac{a}{1+K \cdot K_p}$.

☹ Un gain Kp<1 augmente l'image de l'erreur de position.
☺ Un gain Kp>1 diminue l'image de l'erreur de position.

• Si la FTBO est de classe 1, l'image de l'erreur de position est nulle, l'image de l'erreur de trainage vaut $\varepsilon(+\infty) = \dfrac{a}{K_{corrige}}$.

☹ Un gain Kp<1 augmente uniquement l'image de l'erreur de trainage.
☺ Un gain Kp>1 diminue uniquement l'image de l'erreur de trainage.

• Si la FTBO est de classe > 1, l'image de l'erreur de position et l'image de l'erreur de trainage sont déjà nulles. L'image de l'erreur en accélération vaut $\varepsilon(+\infty) = \dfrac{a}{K_{corrige}}$.

☹ Un gain Kp<1 augmente uniquement l'image de l'erreur en accélération.
☺ Un gain Kp>1 diminue uniquement l'image de l'erreur en accélération.

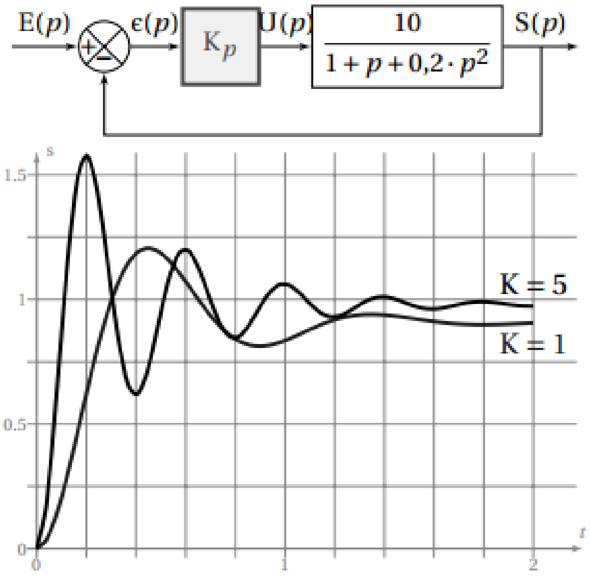
Influence sur la rapidité : ☹ si Kp<1 et ☺ si Kp>1

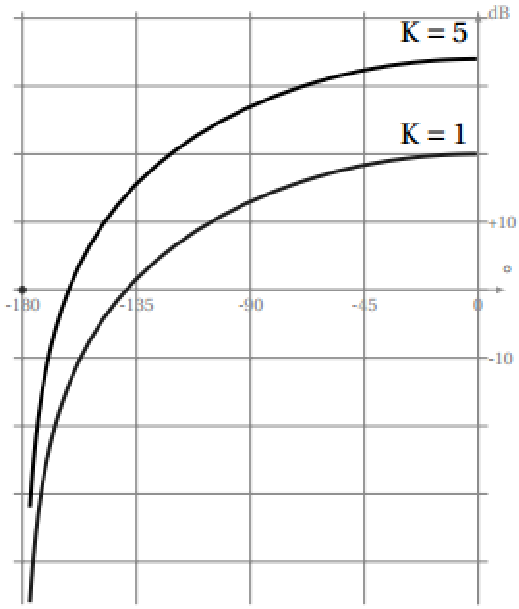
À la lecture d'un diagramme de BODE en gain :

☹ Un gain Kp<1 se traduit généralement par une diminution de la bande passante à 0dB de la FTBO, et donc rend le système plus lent.

☺ Un gain Kp>1 se traduit généralement par une augmentation de la bande passante à 0dB de la FTBO, et donc rend le système plus rapide.

Effet d'un correcteur proportionnel (avec une entrée indicielle)





Réglage d'un correcteur proportionnel vis-à-vis de marges de stabilité imposées

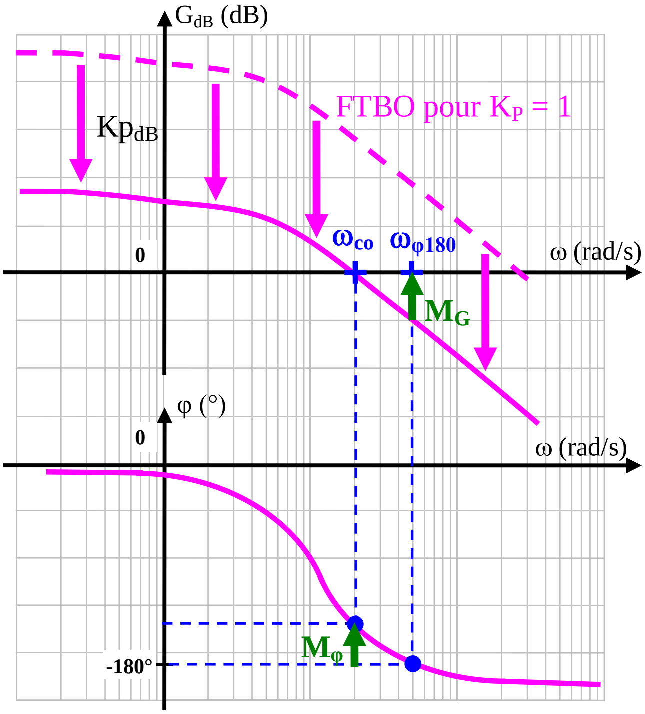
On trace le lieu de la FTBO pour $K_P = 1$ puis on translate la courbe en gain verticalement de manière à obtenir la marge de phase et/ou la marge de gain adéquate.

La mesure de la translation donne la valeur de K_P en dB soit :

$$Kp_{dB} = 20\log K_P \longrightarrow \boxed{K_P = 10^{\frac{Kp_{dB}}{20}}}$$

Attention Kp_{dB} est une valeur algébrique. Sur la figure de droite elle serait par exemple négative.

La correction proportionnelle seule ne permet pas obligatoirement de satisfaire toutes les contraintes d'un cahier des charges. Il est souvent nécessaire de trouver un compromis entre les différentes performances.



Réglage d'un correcteur proportionnel vis-à-vis d'une précision imposée

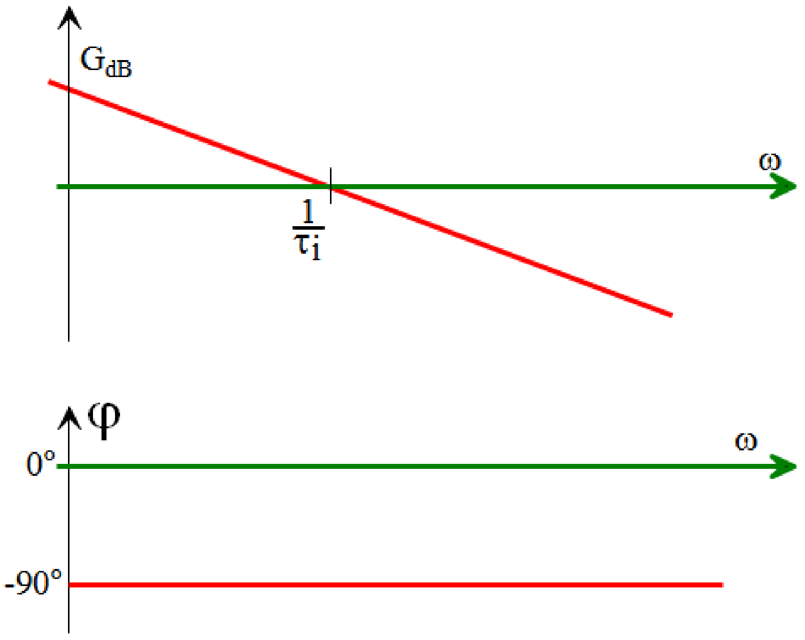
Dans le cas où l'erreur imposée en régime permanent n'est pas nulle, cette erreur est fonction du gain de la FTBO (voir cours précision : $\varepsilon(+\infty) = \frac{a}{1+K_{corrige}} = \frac{a}{1+K \cdot K_p}$ ou $\varepsilon(+\infty) = \frac{a}{K_{corrige}} = \frac{a}{K \cdot K_p}$). On en déduit Kp.

3 Correcteur Intégral Pur : I

La fonction de transfert du correcteur I est du type $\boxed{C(p) = \frac{1}{\tau_i \cdot p} = \frac{K_i}{p}}$.

Un correcteur intégral «pur » ne comporte qu'une action intégrale. Il augmente la classe de la FTBO.

Particularités des diagrammes de BODE d'un correcteur intégral :



Le gain est théoriquement infini pour des pulsations très basses ! Dans l'absolu, un correcteur de gain infini n'est pas réalisable.

Influence sur la précision : ☺☺☺

Le principal intérêt de ce correcteur réside dans l'amélioration de la précision du système et dans l'atténuation des effets d'éventuelles perturbations.

☺☺ En effet, une intégration dans la FTBO annule l'erreur de position.

☺☺ Une intégration, placée avant une perturbation, permet d'annuler les effets d'une perturbation indicielle.

Influence sur la rapidité : ☺ si $\frac{1}{\tau_i} > \omega_{co0dB-BO}$ et ☹ si $\frac{1}{\tau_i} < \omega_{co0dB-BO}$

☺ Si $\frac{1}{\tau_i} > \omega_{co0dB-BO}$ alors la pulsation de coupure à 0dB $\omega_{co0dB-BOcorrige} > \omega_{co0dB-BO}$, ce qui se traduit par une augmentation de la bande passante à 0dB de la FTBO, et donc rend le système plus rapide.

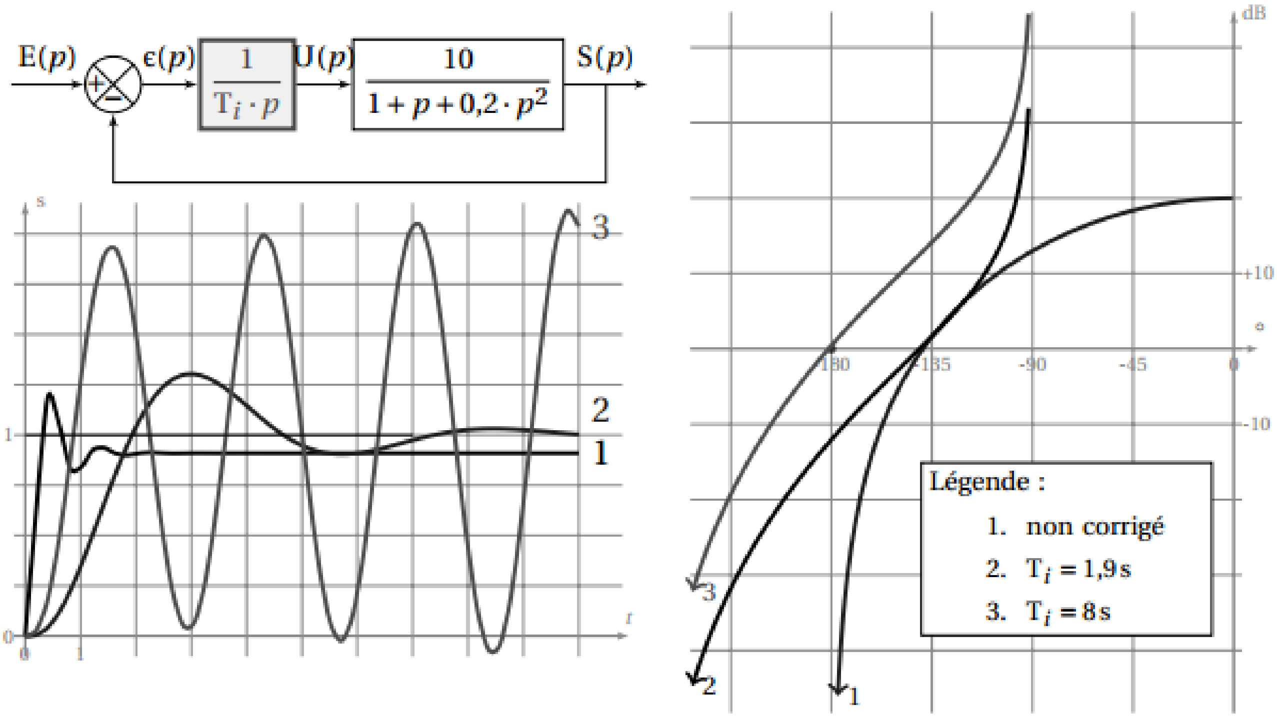
☹ Si $\frac{1}{\tau_i} < \omega_{co0dB-BO}$ alors la pulsation de coupure à 0dB $\omega_{co0dB-BOcorrige} < \omega_{co0dB-BO}$, ce qui se traduit par une diminution de la bande passante à 0dB de la FTBO, et donc rend le système plus lent.

Influence sur la stabilité ☹☹

Ce correcteur est rarement utilisable car il diminue de 90°la phase de la FTBO.

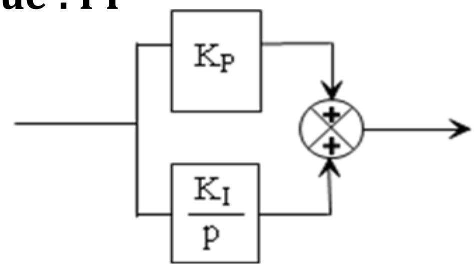
☹☹ Les marges de gain et de phase du système corrigé s'en trouvent sérieusement diminuées. Son utilisation peut souvent engendrer une instabilité du système.

Effet d'un correcteur intégral (avec une entrée indicielle)



4 Correcteur Proportionnel Intégral Théorique : PI

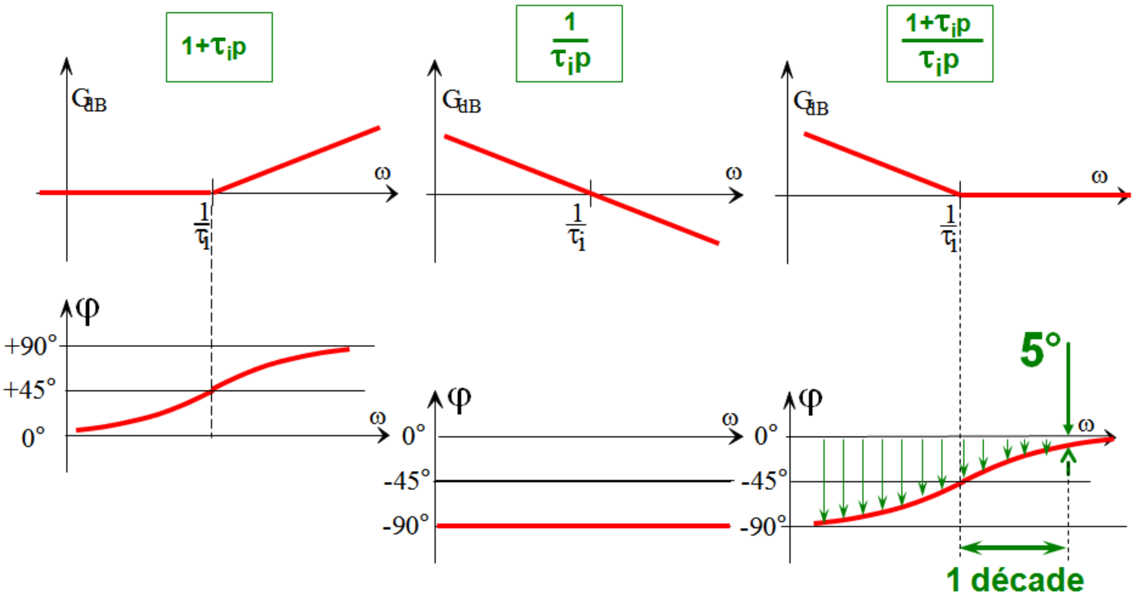
La fonction de transfert du correcteur PI est du type :



$$\boxed{C(p)=K_p+\frac{K_i}{p}}\ \frac{K_p\cdot p+K_i}{p}=\frac{K_i\cdot(1+\frac{K_p}{K_i}\cdot p)}{p}=\frac{K_p.K_i\cdot(1+\frac{K_p}{K_i}\cdot p)}{K_p\cdot p}$$

ou $\boxed{C(p)=\frac{K_p\cdot(1+\tau_i\cdot p)}{\tau_i\cdot p}}$ avec $\tau_i=\frac{K_p}{K_i}$

Particularités des diagrammes de BODE d'un correcteur Proportionnel Intégral Théorique :



Attention : sur les diagrammes ci-dessus, la fonction Kp n'a pas été représentée. Celle-ci entraînerait uniquement une translation verticale de 20.logKp de la courbe de gain.

Par conséquent, ce correcteur possède deux paramètres de réglage :
– Kp qui n'agit que sur le gain, la courbe de gain est translatée verticalement ;
– Ti qui agit principalement sur la phase.

Ce correcteur se comporte donc comme un correcteur intégral pour les basses fréquences et comme un correcteur proportionnel pour les hautes fréquences.

Avec une telle combinaison, on essaie de cumuler les avantages des différentes corrections élémentaires, en essayant de gommer leurs points faibles.

Influence sur la précision ☺☺☺

Comme pour la correction intégrale, la précision est améliorée par l'augmentation de la classe de la FTBO :
☺☺ Une intégration dans la FTBO annule l'erreur de position ;
☺☺ Une intégration, placée avant une perturbation, permet d'annuler l'effet d'une perturbation indicielle.

Influence sur la stabilité ☹☺

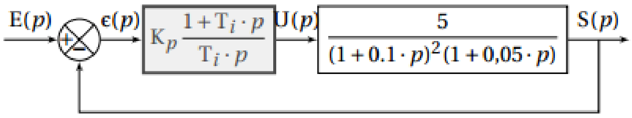
En termes de stabilité, le résultat obtenu est meilleur qu'avec le correcteur intégral pur.
Il faut veiller à choisir Ti de telle sorte que la phase de la FTBO ne soit pas diminuée au voisinage du point critique.
L'effet du gain Kp est le même que pour le correcteur proportionnel.

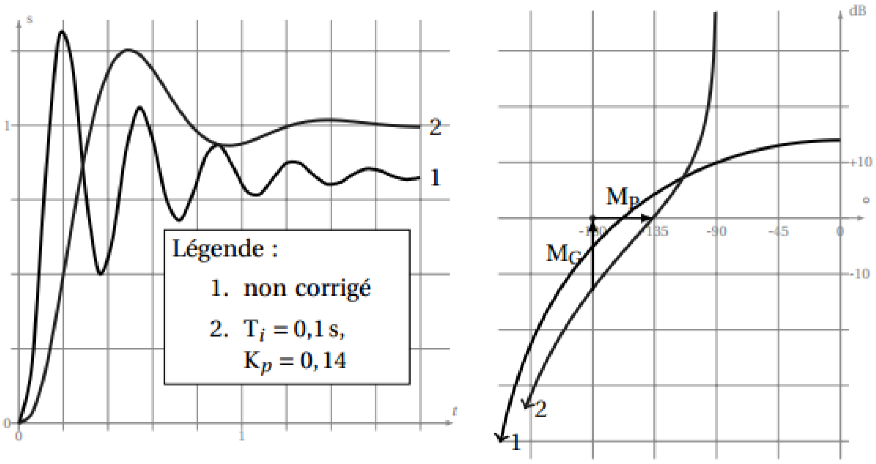
Influence sur la rapidité ☹☺

L'effet du gain Kp est le même que pour le correcteur proportionnel.

Effet d'un correcteur proportionnel intégral (avec une entrée indicielle)

Un choix judicieux du gain Kp et de la constante d'intégration Ti permet ainsi d'améliorer le comportement du système sans trop dégrader la stabilité et la rapidité comme le montre l'exemple ci-dessous.





(a) sur la réponse temporelle

(b) sur le diagramme de Black

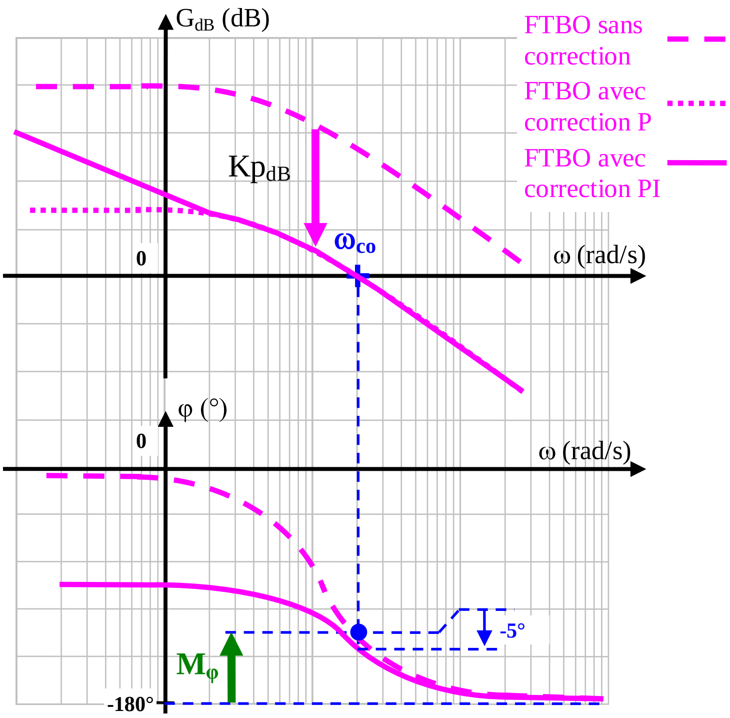
Réglage d'un correcteur PI vis-à-vis de marges de stabilité imposées

On choisit le coefficient Kp de façon à obtenir la marge de phase désirée avec la correction proportionnelle seule. La mesure de la translation donne la valeur de Kp en dB soit :

$$Kp_{dB} = 20 \log K_p \longrightarrow \boxed{K_p = 10^{\frac{Kp_{dB}}{20}}}$$

On met ensuite en place l'effet intégral mais cela ne doit pas (ou peu) modifier le réglage effectué à la pulsation ω_{co}.

Il faut donc prendre une constante de temps Ti tel que $\frac{1}{T_i} \ll \omega_{co}$. On prend en général un écart d'une décade : $\boxed{\frac{1}{T_i} = \frac{\omega_{co}}{10}} \longrightarrow T_i = \frac{10}{\omega_{co}}$



Le choix de Ti modifie légèrement la marge de phase (-5°) mais on peut éventuellement anticiper cet inconvénient en choisissant Kp de façon à obtenir la marge de phase souhaitée +5°.

Réglage d'un correcteur PI par compensation du pôle dominant

$FTBO(p) = \dfrac{G(p)}{1+\tau p}$ avec $\dfrac{-1}{\tau}$ pôle dominant. On choisit $T_i = \tau$ pour éliminer le pôle le plus proche de la zone d'instabilité. Ainsi $FTBO_{corrige}(p) = C(p) \cdot \dfrac{G(p)}{1+\tau p} = \dfrac{K_p \cdot (1+\tau_i \cdot p)}{\tau_i \cdot p} \cdot \dfrac{G(p)}{1+\tau p} \Rightarrow \boxed{FTBO_{corrige}(p) = \dfrac{K_p \cdot G(p)}{\tau_i \cdot p}}$

Cette méthode permet d'améliorer à la fois précision, stabilité et rapidité.

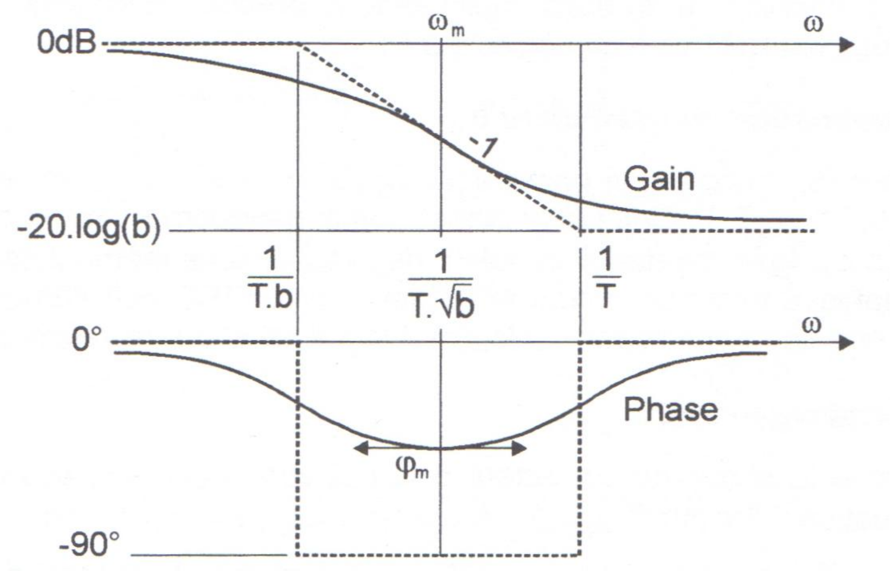
5 Correcteur Proportionnel Intégral Réel (ou à retard de phase)

La fonction de transfert du correcteur à retard de phase est du type :

$$\boxed{C(p)=\frac{K_p\cdot(1+\tau_i\cdot p)}{1+b\cdot\tau_i\cdot p}\quad \text{avec}\quad b>1}\qquad \text{ou}\qquad \boxed{C(p)=\frac{K_p\cdot(1+a\cdot\tau_i\cdot p)}{1+\tau_i\cdot p}\quad \text{avec}\quad a<1}$$

Le correcteur PI défini précédemment est censé avoir un gain infini pour les basses fréquences, ce qui est impossible.
Le correcteur PI réel est une version transformée du correcteur PI, plus facilement réalisable. Il exerce une action intégrale limitée à une plage de fréquence.

Particularités des diagrammes de BODE d'un correcteur Proportionnel Intégral Réel :



Diagrammes de BODE d'un correcteur PI réel (avec Kp=1)

La phase passe par un minimum φ_{min} tel que $\varphi_{min}=Arc\sin\frac{1-b}{1+b}$ pour la pulsation $\omega_m=\frac{1}{\tau_i\cdot\sqrt{b}}$

Sur les diagrammes ci-dessus, la fonction Kp n'a pas été représentée. Celle-ci entraînerait uniquement une translation verticale de 20.logKp de la courbe de gain.

Le correcteur PI réel est souvent appelé correcteur à retard de phase pour la forme de son diagramme de BODE en phase.
Il est utilisé lorsque l'on recherche à diminuer le gain à haute fréquence sans modifier le gain à basse fréquence imposé par les conditions de précision.

Influence sur la stabilité, une fois le correcteur réglé ☹☺

Il peut rendre le système instable en fonction des paramètres choisis. Il faut donc l'utiliser avec précaution. En général, après réglage il améliore la stabilité (voir exemple page suivante).

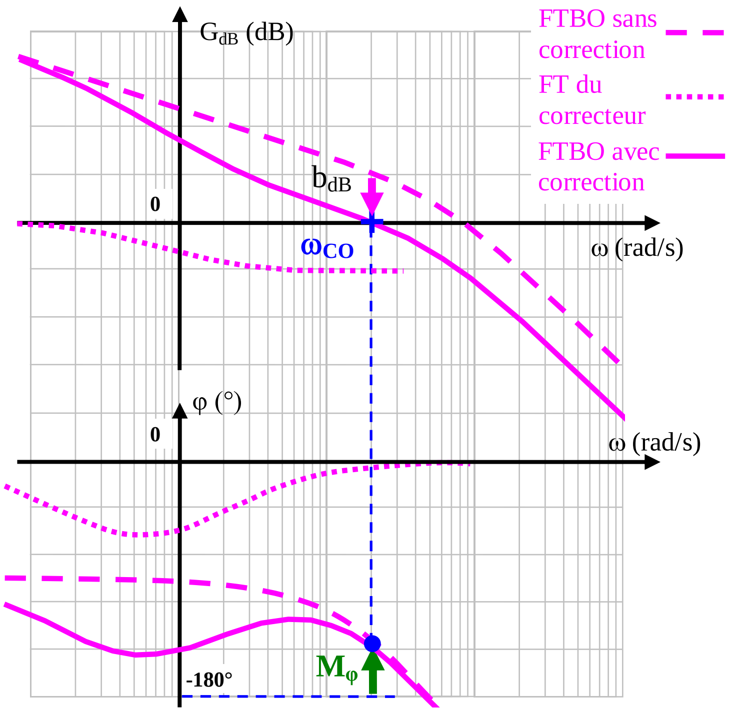
Influence sur la précision, une fois le correcteur réglé ☺

La précision du système est améliorée sans toutefois annuler l'écart de position (la classe du système n'est pas augmentée comme pour un correcteur PI).

Influence sur la rapidité, une fois le correcteur réglé ☹

Il a tendance à diminuer la rapidité du système.

Réglage de la correction à retard de phase



Si la FTBO ne possède pas d'intégration, l'écart de position ne sera pas nul. Il faudra prévoir soit un intégrateur dans la correction, soit un gain suffisant.

Étape 1 : réglage du gain de la FTBO à l'aide de Kp

On vérifie que le gain de la FTBO est suffisant face aux exigences de précision (écart de position, écart de traînage, ...) et aux exigences de rapidité (temps de réponse minimal en boucle fermée). On règle ce gain à l'aide du coefficient proportionnel Kp et on appelle ensuite « FTBO sans correction ›› la FTBO dont le gain a été réglé par Kp.

Étape 2 : réglage de la marge de phase à l'aide de b

Le problème avec ce type de correcteur, c'est qu'il est nuisible vis-à-vis de la marge de phase. Il faut donc limiter au maximum cet inconvénient.

On identifie la valeur de la pulsation de coupure en haute fréquences qui permet d'obtenir la marge de phase désirée. La mesure de la translation nécessaire de la courbe de gain pour obtenir cette nouvelle pulsation de coupure ω_{CO} donne la valeur de b en dB soit :

$$b_{dB} = -20.\log(b) \longrightarrow \boxed{b = 10^{-\frac{b_{dB}}{20}}}$$

Attention au signe « – ».

Étape 3 : détermination de Ti

Le réglage précédent ne doit être que faiblement modifié par le déphasage apporté par le correcteur. On rejette donc la diminution de phase vers les basses fréquences en choisissant $\frac{1}{T_i} << \omega_{co}$.

On prend en général un écart d'une décade : $\boxed{\frac{1}{T_i} = \frac{\omega_{co}}{10}} \longrightarrow T_i = \frac{10}{\omega_{co}}$

6 Correcteurs Dérivée : D ; et Proportionnel Dérivé Théorique : PD

La fonction de transfert du correcteur D est du type $\boxed{C(p) = T_d \cdot p}$.

La fonction de transfert du correcteur PD est du type $\boxed{C(p) = K_p + T_d \cdot p}$.

Ces correcteurs ne respectent pas le principe de causalité. En effet, leurs fonctions de transfert ont la particularité d'avoir un numérateur de degré supérieur au degré du dénominateur.
Pour réaliser ces correcteurs, il faut avoir une amplification très importante pour les très hautes fréquences, ce qu'aucun système physique ne permet. Les réalisations essayant d'approcher ces modèles théoriques amplifient tous les bruits et leurs grandeurs de sortie sont inexploitables.

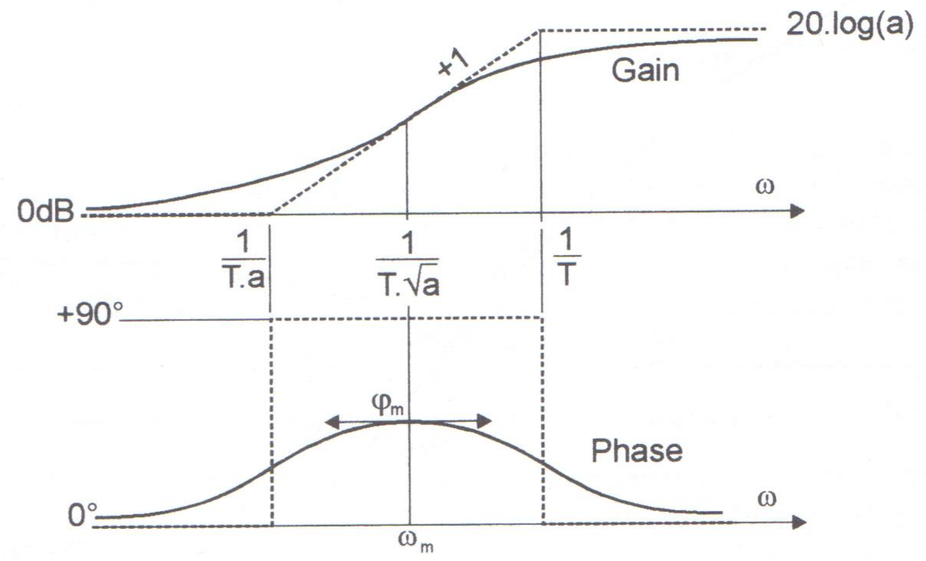
Le paragraphe suivant développe la seule utilisation pratique de l'action dérivée à l'aide d'un correcteur proportionnel dérivé réel.

7 Correcteur Proportionnel Dérivé Réel (ou à avance de phase)

La fonction de transfert du correcteur à avance de phase est du type :

$\boxed{C(p) = \dfrac{K_p \cdot (1+\tau_d \cdot p)}{1+b \cdot \tau_d \cdot p} \quad \text{avec} \quad b<1}$ ou $\boxed{C(p) = \dfrac{K_p \cdot (1+a \cdot \tau_d \cdot p)}{1+\tau_d \cdot p} \quad \text{avec} \quad a>1}$

Particularités des diagrammes de BODE d'un correcteur Proportionnel Dérivé Réel :



La phase passe par un maximum φ_{max} tel que $\varphi_{max} = Arc\sin\dfrac{a-1}{a+1}$ pour la pulsation $\omega_m = \dfrac{1}{\tau_d \cdot \sqrt{a}}$

Diagrammes de BODE d'un correcteur PD réel (avec Kp=1)

Sur les diagrammes ci-dessus, la fonction Kp n'a pas été représentée. Celle-ci entraînerait uniquement une translation verticale de 20.logKp de la courbe de gain.

Le correcteur PD réel est souvent appelé correcteur à avance de phase pour la forme de son diagramme de BODE en phase.

Influence sur la stabilité, une fois le correcteur réglé ☺

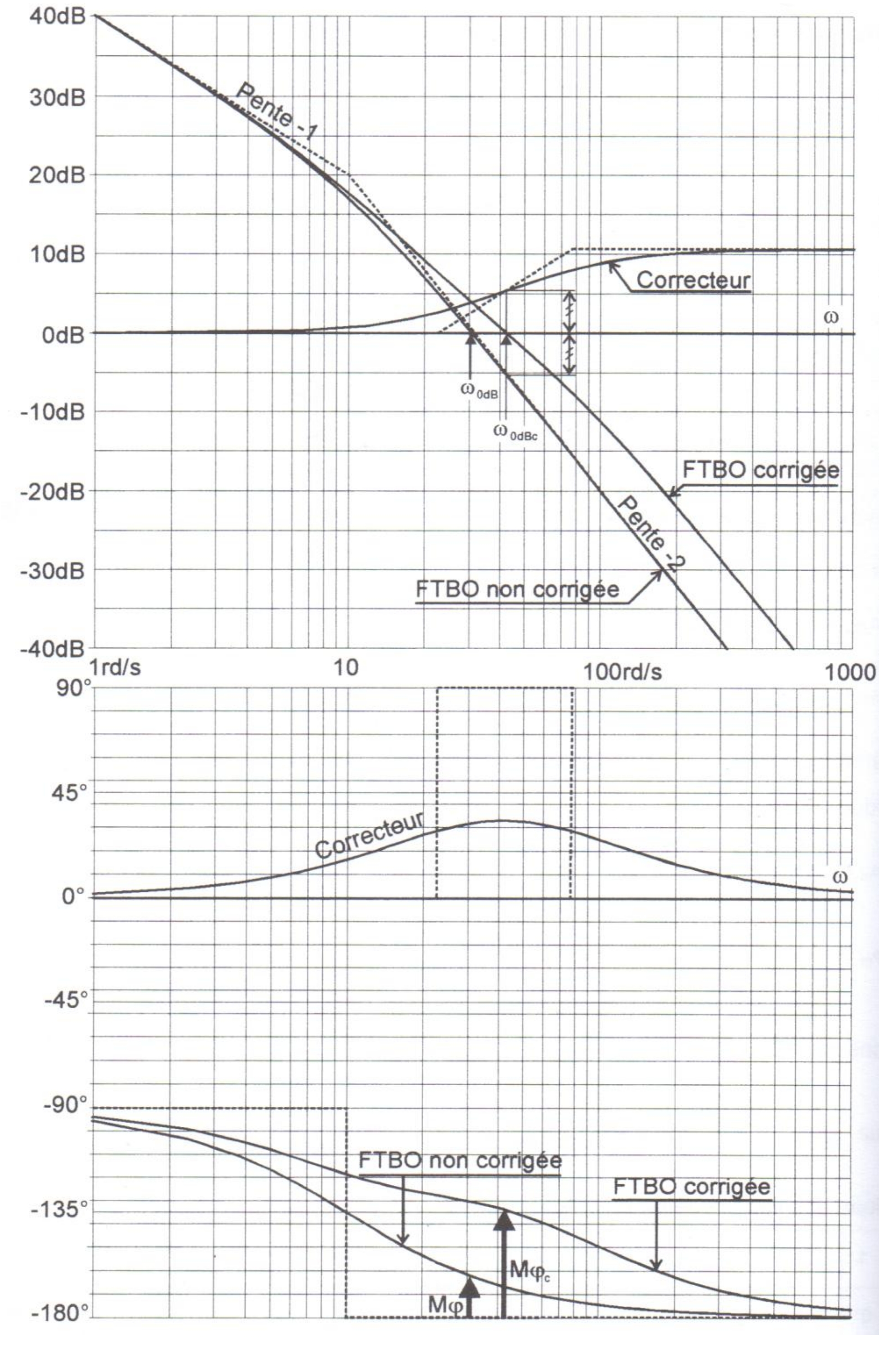
Compte tenu du déphasage positif que l'on a entre les deux pulsations de cassure, ce correcteur permet d'augmenter la marge de phase et a une action stabilisatrice permettant d'améliorer le comportement d'un système instable ou mal stabilisé.

Influence sur la précision, une fois le correcteur réglé ☹
Il est démontré que ce correcteur dégrade faiblement la précision
Il est en général associé à un correcteur PI qui assure la précision.

Influence sur la rapidité, une fois le correcteur réglé ☺
Il permet aussi d'augmenter le gain à haute fréquence et donc a pour effet d'améliorer la rapidité du système.

Compte tenu de ces particularités, le correcteur PD réel est souvent utilisé lorsqu'un système présente une marge de phase insuffisante pour la pulsation de coupure ω0dB du système non corrigé.

Réglage de la correction à avance de phase



Si la FTBO ne possède pas d'intégration, l'écart de position ne sera pas nul. Il faudra prévoir soit un intégrateur dans la correction, soit un gain suffisant.

Étape 1 : réglage du gain de la FTBO, à l'aide de Kp
On vérifie que le gain de la FTBO est suffisant face aux exigences de précision (écart de position, écart de traînage, ...) et aux exigences de rapidité (temps de réponse minimal en boucle fermée). On règle ce gain à l'aide du coefficient proportionnel Kp et on appelle ensuite « FTBO non corrigée ›› la FTBO dont le gain a été réglé par Kp.

Étape 2 : observation
Si le correcteur à avance de phase se justifie, c'est généralement que la $M\varphi$ est insuffisante. L'objectif est de placer le correcteur de telle sorte que sa pulsation ω_m corresponde à la pulsation de coupure à 0dB de la FTBO corrigée, notée ω_{0dBc}. Le problème est qu'on ne connaît que la pulsation de coupure à 0dB de la FTBO non corrigée, notée ω_{0dB}. Imposons une valeur $\boxed{\omega_{0dBc} \approx 1{,}5 \cdot \omega_{0dB}}$.

Étape 3 : détermination de l'ordre de grandeur du coefficient a
Pour la valeur ω_{0dBc} choisie, on mesure la marge de phase $M\varphi$. On en déduit le déphasage φ_{max} que devra avoir le correcteur pour obtenir la marge de phase désirée (en plaçant le correcteur à son maximum de phase). Ceci impose la valeur de a : $\boxed{a = \dfrac{1+\sin(\varphi_{max})}{1-\sin(\varphi_{max})}}$.

Étape 4 : détermination de Td à partir de la valeur de a trouvée
On sait que le maximum de phase du correcteur se produit à la pulsation :
$\boxed{\omega_m = \dfrac{1}{T \cdot \sqrt{a}} = \omega_{0dBc}}$ soit $T = \dfrac{1}{\omega_{0dBc} \cdot \sqrt{a}}$

Étape 5 : vérification
Vérifier la valeur de la marge de phase. Si elle n'est pas conforme, reprendre la détermination du correcteur à partir de l'étape 4 en faisant légèrement varier la valeur de a. En général, cette méthode permet d'aboutir assez vite. De plus, l'informatisation de cette recherche est aisée, même avec une petite calculatrice programmable.

8 Bilan sur l'effet des correcteurs

Correcteur	FT	Stabilité	Précision	Rapidité
P	$C(p) = K_p$	↓ si Kp>1 ↑ si Kp<1	↑ si Kp>1 ↓ si Kp<1	↑ si Kp>1 ↓ si Kp<1
I	$C(p) = \dfrac{1}{\tau_i \cdot p} = \dfrac{K_i}{p}$	↓↓	↑↑	↑ si $\dfrac{1}{\tau_i} > \omega_{0db-BO}$ ↓ si $\dfrac{1}{\tau_i} < \omega_{0db-BO}$
PI	$C(p) = K_p + \dfrac{K_i}{p} = \dfrac{K_p \cdot (1+\tau_i \cdot p)}{\tau_i \cdot p}$	↓ si Kp>1 ↑ si Kp<1	↑↑	↑ si Kp>1 ↓ si Kp<1
PI réel (retard de phase)	$C(p) = \dfrac{K_p \cdot (1+\tau_i \cdot p)}{1+b \cdot \tau_i \cdot p}$ avec $b > 1$	↑ (une fois réglé)	↑ (une fois réglé)	↓ (une fois réglé)
PD réel (avance de phase)	$C(p) = \dfrac{K_p \cdot (1+a \cdot \tau_d \cdot p)}{1+\tau_d \cdot p}$ avec $a > 1$	↑ (une fois réglé)	↓ (une fois réglé)	↑ (une fois réglé)