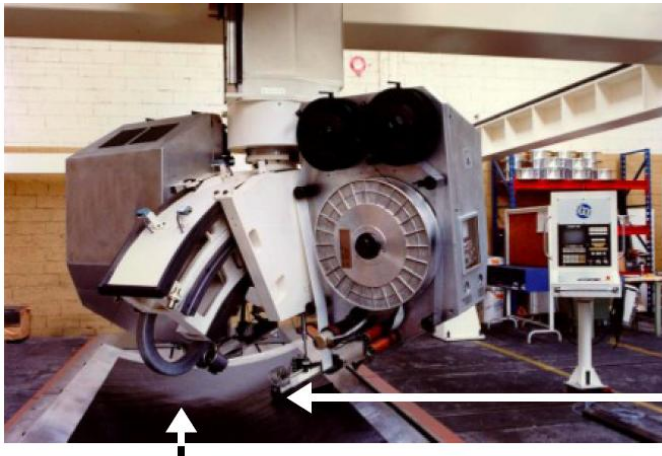
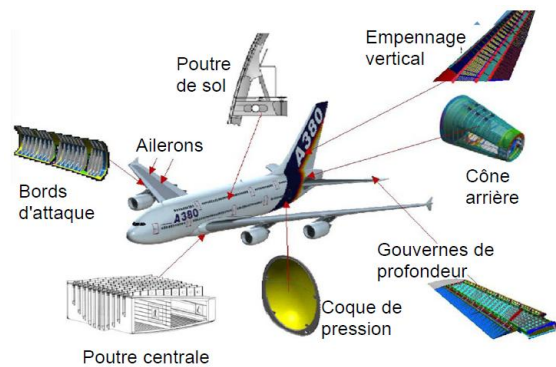
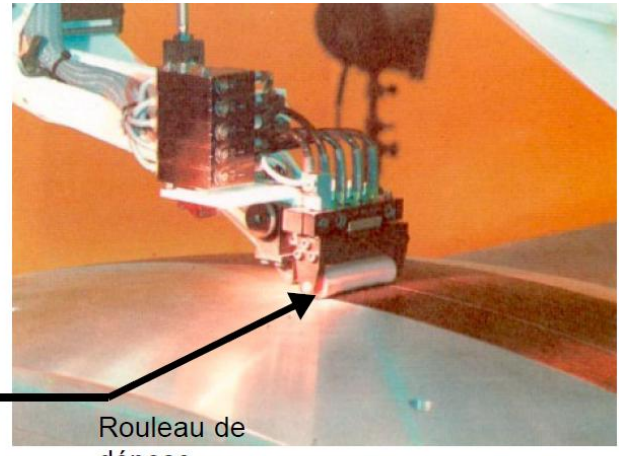


Exercice 1 : MACHINE À DRAPER

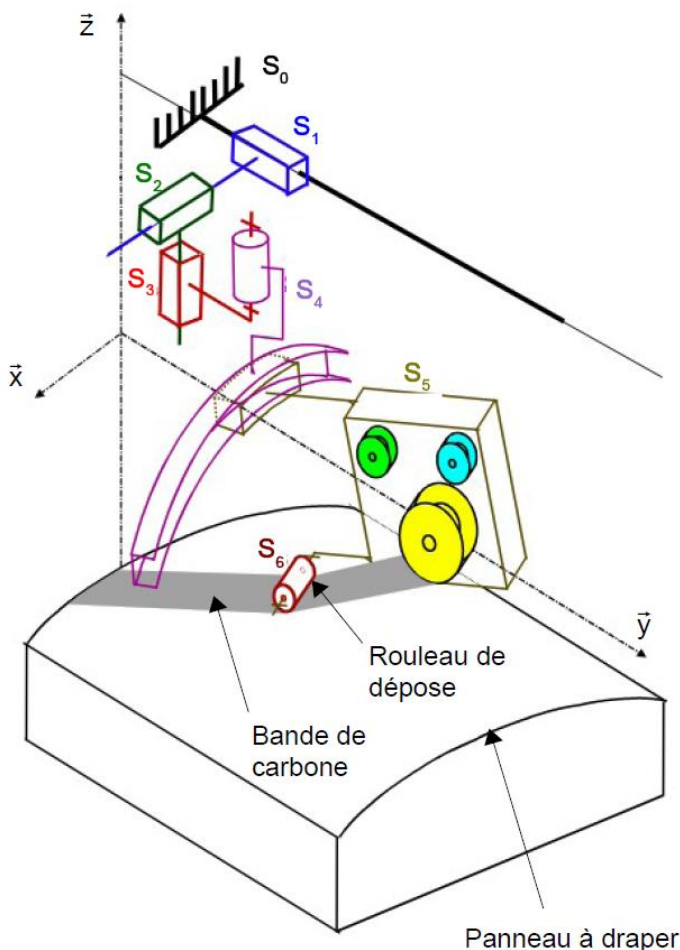
Dans les avions, de nombreuses pièces sont fabriquées en matériaux composites, c'est à dire en matériaux contenant plusieurs constituants différents (métalliques, céramiques et organiques). Pour fabriquer de telles pièces, on utilise des machines à draper. On s'intéresse donc à une machine à draper, dont la fonction est de déposer des bandes de carbone sur des panneaux qui interviennent dans la structure des avions.



Panneaux à draper



Rouleau de dépose



Le rouleau de dépose est l'effecteur de cette machine à commande numérique. C'est un cylindre souple de diamètre de 30 mm et de largeur 160 mm. Il se déplace le long du panneau à draper. Pour chaque épaisseur de carbone à déposer, le cycle de déplacement du rouleau est défini à l'avance par programme informatique et est interprété par l'ordinateur de commande de la machine au fur et à mesure de l'avancement de la dépose. La manière dont le rouleau de dépose peut bouger par rapport au bâti est illustrée sur la figure ci-contre.

Lors de la dépose de la bande de carbone sur le panneau, le rouleau doit exercer un effort presseur pour la plaquer.

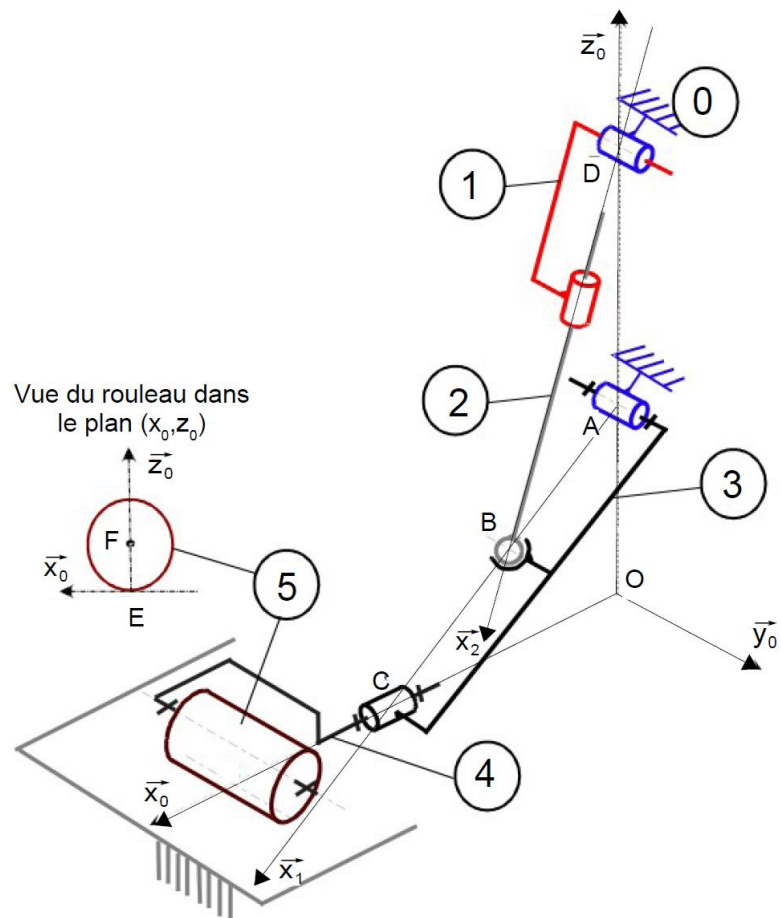
La modélisation de l'ensemble assurant le contact du rouleau sur l'outillage est donnée ci contre.

L'effort presseur est généré par un vérin pneumatique de piston de surface S dont la pression est asservie. La pression d'air disponible est de l'ordre de 10 bars.

Les liaisons sont considérées comme parfaites.

Les classes d'équivalence cinématiques sont les suivantes :

- 0 : Unité de drapage
- 1 : Corps du vérin
- 2 : Tige du vérin
- 3 : Bras
- 4 : Support du rouleau
- 5 : Rouleau



On donne ci dessous un extrait du cahier des charges pour la fonction « appliquer l'effort ». L'objectif de cette étude est de vérifier la capacité du système à satisfaire ou non le niveau du critère demandé.

Fonction	Critère	Niveau
... FT221 : appliquer l'effort Effort presseur $F = 10 \text{ daN}$ maxi souhaité ...

Données : $\overline{AB} = \frac{L}{2} \cdot \vec{x}_1$; $\overline{AC} = L \cdot \vec{x}_1$; $\overline{DB} = b \cdot \vec{x}_2$; $\overline{CE} = a \cdot \vec{x}_0$; $\overline{OA} = c \cdot \vec{z}_0$; $\overline{OD} = d \cdot \vec{z}_0$; $(\vec{x}_0, \vec{x}_1) = \theta$; $(\vec{x}_0, \vec{x}_2) = \beta$; $S = 300 \text{ mm}^2$: section du vérin ; $L = 400 \text{ mm}$; $a = 35 \text{ mm}$; $c = 150 \text{ mm}$; $d = 675 \text{ mm}$.

L'action mécanique exercée par le solide S_i sur le solide S_j sera notée, au point P dans la base B :

$$\{T_{i \rightarrow j}\}_P = \begin{Bmatrix} X_{i \rightarrow j} & L_{P, i \rightarrow j} \\ Y_{i \rightarrow j} & M_{P, i \rightarrow j} \\ Z_{i \rightarrow j} & N_{P, i \rightarrow j} \end{Bmatrix}_{(B)}$$

Q.1. Représenter le schéma cinématique dans le plan $(O, \vec{x}_0, \vec{z}_0)$, en indiquant le paramétrage angulaire.

Q.2. Exprimer aux points adéquats les torseurs suivants : $\{T_{0 \rightarrow 1}\}$ dans la base 2, $\{T_{0 \rightarrow 3}\}$ dans la base 0, $\{T_{0 \rightarrow 5}\}$ dans la base 0 et $\{T_{2 \rightarrow 3}\}$ dans la base 2.

Q.3. Déterminer les équations de la statique issues de l'isolement de $\{1+2\}$ au point B en projection dans la base 2. En déduire la valeur des inconnues de liaison $Z_{0 \rightarrow 1}$ et $Z_{2 \rightarrow 3}$.

Q.4. Déterminer les équations de la statique issues de l'isolement de $\{3+4+5\}$ au point A en projection dans la base 0.

Q.5. En déduire une relation entre $Z_{0 \rightarrow 5}$ et $X_{2 \rightarrow 3}$.

Q.6. Montrer que $\|\overrightarrow{R_{air \rightarrow 2}}\| = \frac{(a + L \cdot \cos \theta) \cdot F}{\frac{L}{2} \cdot \sin(\beta - \theta)}$

Q.7. Exprimer $\tan \beta$ en fonction de d , c , L et θ .

Q.8. Calculer la valeur numérique de β et $\|\overrightarrow{R_{air \rightarrow 2}}\|$ pour $\theta = 22^\circ$ et l'effort F du cahier des charges.

Q.9. Vu la pression d'air disponible, conclure vis-à-vis du cahier des charges.

On cherche à retrouver le résultat graphiquement. Le modèle plan est fourni sur le document réponse DR1.

Q.10. Tracer sur le document DR1 en justifiant, la force $\overrightarrow{R_{2 \rightarrow 3}}$ maximale que le vérin peut exercer avec la pression de 10 bars disponible.

Q.11. Tracer en justifiant la direction de $\overrightarrow{R_{0 \rightarrow 5}}$.

Q.12. Par construction graphique déterminer en justifiant $\overrightarrow{R_{0 \rightarrow 5}}$.

Q.13. Déterminer $\|\overrightarrow{R_{0 \rightarrow 5}}\|$ et conclure vis-à-vis du cahier des charges.

Dimensionnement de la liaison L45.

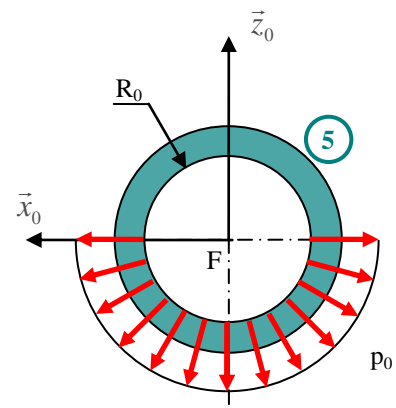
Afin de valider le dimensionnement de la liaison pivot L45 entre 4 et 5, on cherche à vérifier que la pression de contact maximale dans cette liaison ne dépasse pas 50 N/mm^2 . La géométrie de liaison est définie par son diamètre intérieur $d_0 = 16 \text{ mm}$ et sa longueur $L_0 = 20 \text{ mm}$.

On suppose que l'action de 5 sur 4 est modélisée par le torseur $\{T_{5 \rightarrow 4}\} = \begin{Bmatrix} Z_{5 \rightarrow 4} \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$ avec $Z_{5 \rightarrow 4} = 10 \text{ daN}$, et que la pression

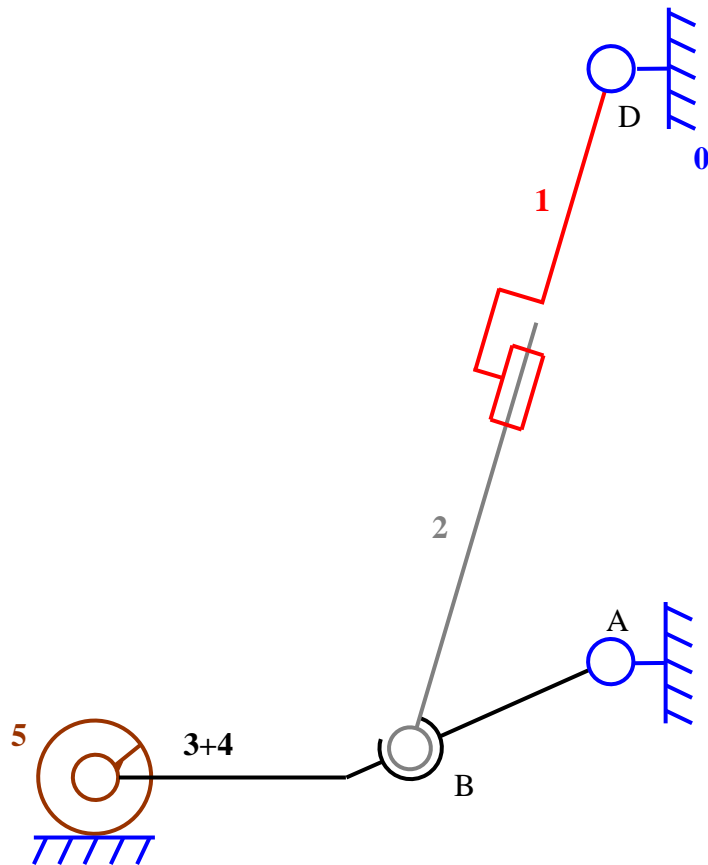
de contact p_0 qu'exerce 4 sur 5 est répartie de manière uniforme sur toute la surface de contact (comme cela est représenté sur la figure ci dessous).

Q.14. Définir la valeur numérique de p_0 .

Q.15. Conclure quant au bon dimensionnement de la liaison 45.

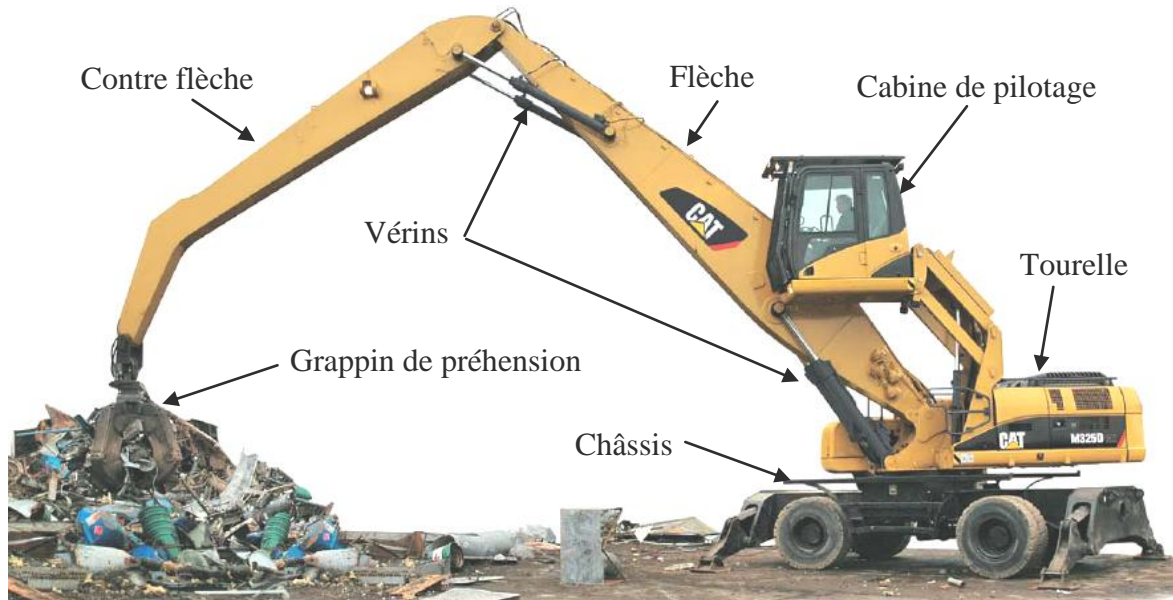


Document réponse DR1. Échelle de tracé : 2 cm pour 100 N.



Exercice 2 : ÉTUDE D'UN ENGIN DE CHANTIER

Les sociétés Caterpillar, Liebherr ou John Deere conçoivent, fabriquent et commercialisent plusieurs engins de chantier dont notamment différents modèles de pelles mécaniques. Le sujet a pour thème l'étude d'une pelle mécanique sur pneus utilisée pour la manutention de ferrailles.



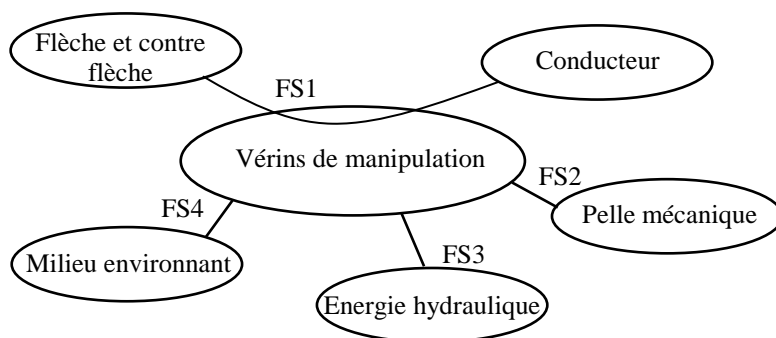
La pelle mécanique étudiée et présentée est principalement constituée d'un châssis et d'une tourelle :

- Le châssis est équipé de 4 pneumatiques ainsi que de 4 stabilisateurs rétractables.
- La tourelle est positionnée au dessus du châssis et porte le moteur, les organes hydrauliques, le poste de conduite ainsi que le bras de manipulation constitué d'une flèche, d'une contre flèche et d'un grappin. La tourelle est montée en liaison pivot par rapport au châssis de telle sorte qu'elle puisse faire une rotation continue de 360° par rapport au châssis.

L'engin étudié est la version 36 tonnes mais les plus gros modèles de pelles mécaniques peuvent peser jusqu'à 100 tonnes.

Étude statique 2D du bras de manipulation.

L'objectif de cette partie est de déterminer, lors d'une phase de manutention, les pressions dans les vérins de manipulation du bras dont on donne un extrait de cahier de charges fonctionnel ainsi que la modélisation plane.



FS1 : Permettre au conducteur de manipuler la flèche et la contre flèche

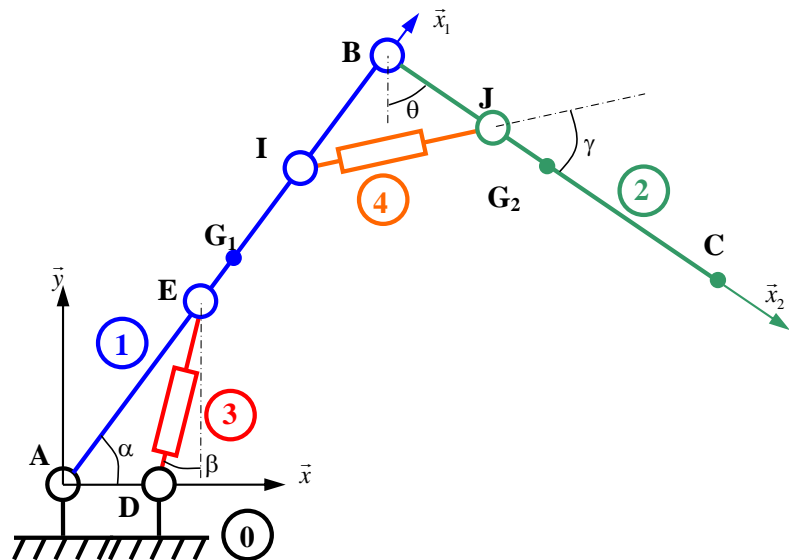
FS2 : S'adapter à la pelle mécanique

FS3 : Adapter l'énergie hydraulique

FS4 : Résister au milieu environnant

Fonction	Critère	Niveau
FS3	... Pression dans circuit hydraulique 350 Bars maxi ...

La flèche 1 est en liaison pivot d'axe (A, \vec{z}) par rapport à la tourelle 0, considérée comme fixe pour cette étude. La contre flèche 2 est en liaison pivot d'axe (B, \vec{z}) par rapport à la flèche 1. La flèche 1 et la contre flèche 2 sont actionnées respectivement par les vérins sans masse 3 et 4. Ces vérins sont en liaisons pivot, d'axe \vec{z} , aux points D, E, I et J. Au point C, on retrouve l'attache du grappin de manipulation.



Pour ce modèle on considère que :

- toutes les liaisons sont parfaites
- la pesanteur est définie telle que $\vec{g} = -g \vec{y}$, $g \approx 10 \text{ m/s}^2$
- la flèche 1 est de masse m_1 et a pour centre de gravité G_1
- la contre flèche 2 est de masse m_2 et a pour centre de gravité G_2
- la contre flèche supporte une charge verticale \vec{F} , due à la manutention de ferrailles, au point C telle que $\vec{F} = -F \vec{y}$
- les pressions de l'huile dans les chambres des vérins sont telles que le système reste à l'équilibre
- la masse des vérins 3 et 4 est négligeable devant les autres masses

Données :

$AB = l_1 = 9 \text{ m}$	$BJ = a = 2 \text{ m}$	$\alpha = \theta = 55^\circ$
$AG_1 = l_1/2 = 4.5 \text{ m}$	$AD = d = 1.5 \text{ m}$	$\beta = 15^\circ$
$BC = l_2 = 6 \text{ m}$	$m_1 = 4000 \text{ Kg}$	$\gamma = 45^\circ$
$BG_2 = l_2/2 = 3 \text{ m}$	$m_2 = 1500 \text{ Kg}$	$F = 10\,000 \text{ N}$

Q.1. Effectuer le graphe de structure du système puis y ajouter les actions mécaniques extérieures.

Q.2. Isoler le vérin 3 (considéré comme un solide de masse négligeable) et effectuer le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME) sur ce vérin.

Q.3. Quelle est la direction de l'AM $\overrightarrow{R_{0 \rightarrow 3}}$ du bâti 0 sur le solide 3 ? Déterminer la relation liant $\|\overrightarrow{R_{0 \rightarrow 3}}\|$, $X_{0 \rightarrow 3}$, et β ainsi que celle liant $\|\overrightarrow{R_{0 \rightarrow 3}}\|$, $Y_{0 \rightarrow 3}$, et β . En déduire la forme simplifiée du torseur d'action mécanique transmissible $\{\mathcal{T}_{0 \rightarrow 3}\}$ en fonction de $\|\overrightarrow{R_{0 \rightarrow 3}}\|$ et β .

Q.4. On souhaite maintenant déterminer l'expression littérale de $\|\overrightarrow{R_{0 \rightarrow 3}}\|$ en fonction de F , m_1 , m_2 , g , l_1 , l_2 , d , α , θ et β . On isole pour cela l'ensemble $E=1+2+3+4$ et on applique le Principe fondamental de la Statique au point A. Justifier ce choix d'isolement ainsi que ce choix de point d'application du PFS. Déterminer l'expression littérale de $\|\overrightarrow{R_{0 \rightarrow 3}}\|$.

Q.5. Faire l'application numérique pour $\|\overrightarrow{R_{0 \rightarrow 3}}\|$.

Q.6. Pour une section de piston $S = 2500 \pi \text{ mm}^2$, déterminer la pression p_3 en Pascal, puis en bar dans la chambre du vérin 3 nécessaire pour maintenir l'ensemble E à l'équilibre. On rappelle que $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$ et que $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$.

Q.7. Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

Q.8. Isoler le vérin 4 (corps + tige) et effectuer le BAME sur ce vérin. Quelle est la direction de l'effort de réaction $\overrightarrow{R_{2 \rightarrow 4}}$ de la contre flèche 2 sur le vérin 4 ? Déterminer la relation liant $\|\overrightarrow{R_{2 \rightarrow 4}}\|$, $X_{2 \rightarrow 4}$ et γ ainsi que celle liant $\|\overrightarrow{R_{2 \rightarrow 4}}\|$, $Y_{2 \rightarrow 4}$ et γ . En déduire la forme simplifiée de $\{T_{2 \rightarrow 4}\}$ en fonction de $\|\overrightarrow{R_{2 \rightarrow 4}}\|$ et γ .

Q.9. On souhaite maintenant déterminer l'expression de $\|\overrightarrow{R_{4 \rightarrow 2}}\|$ ($\|\overrightarrow{R_{2 \rightarrow 4}}\| = -\|\overrightarrow{R_{4 \rightarrow 2}}\|$). Pour ce calcul de $\|\overrightarrow{R_{4 \rightarrow 2}}\|$, choisir le sous ensemble adéquat à isoler (le définir clairement) et définir le point d'application du PFS. Une seule équation scalaire du PFS est utile, identifier et définir clairement cette équation.

Q.10. Déterminer l'expression littérale de $\|\overrightarrow{R_{4 \rightarrow 2}}\|$ en fonction de F , a , m_2 , g , l_2 , θ et γ .

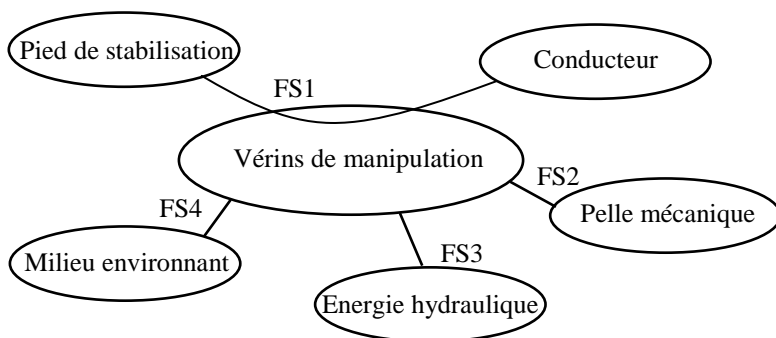
Q.11. Faire l'application numérique pour $\|\overrightarrow{R_{4 \rightarrow 2}}\|$.

Q.12. Pour une section de piston $S = 2500 \pi \text{ mm}^2$, déterminer la pression p_4 en Pascal, puis en bar dans la chambre du vérin 4 nécessaire pour maintenir la contre flèche 2 à l'équilibre.

Q.13. Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

Étude statique 3D du bras d'un pied de stabilisation du châssis.

L'objectif de cette partie est de déterminer les expressions des actions mécaniques exercées dans les deux barres et dans le vérin de manipulation dont on donne un extrait de cahier des charges ainsi que la modélisation.



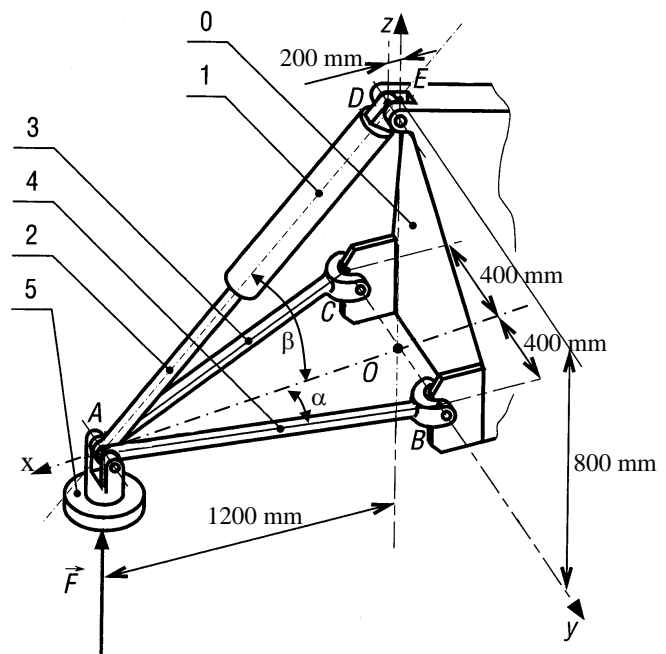
FS1 : Permettre au conducteur de manipuler et maintenir en position le pied de stabilisation
 FS2 : Maintenir la pelle sur le sol
 FS3 : S'adapter à la pelle mécanique
 FS4 : Adapter l'énergie hydraulique
 FS5 : Résister au milieu environnant

Fonction	Critère	Niveau
FS3	... Pression dans circuit hydraulique 350 Bars maxi ...

Le pied se comporte d'un patin 5, de deux barres 3 et 4 et d'un vérin hydraulique de manœuvre 1+2 (1= corps, 2 = tige). Les barres sont articulées en B et C sur le châssis 0 et en A sur le patin. Le vérin est articulé en A sur 5 et en D sur le bâti. Les liaisons en A, B, C, D sont des liaisons rotules de centre de même nom.

Pour ce modèle on considère que :

- toutes les liaisons sont parfaites
- les poids des différents éléments sont négligés
- l'action du sol sur le patin est modélisée par une charge verticale \vec{F} au point A telle que $\vec{F} = F \vec{z}$
- la pression de l'huile dans la chambre du vérin est telle que le système reste à l'équilibre
- on suppose les 2 barres tendues



Q.14. Isoler le nœud A seul et faire le BAME sur ce nœud. Dessiner ces actions mécaniques sur deux schémas 2D : un premier schéma dans le plan (A, \vec{x}, \vec{y}) et un second dans le plan (A, \vec{x}, \vec{z}) en faisant clairement apparaître les angles α et β définis figure 3.

Q.15. Calculer les angles α et β en fonction des dimensions définies figure 3.

Q.16. Appliquer le PFS au nœud A et déterminer les expressions littérales des actions mécaniques exercées dans les deux barres et dans le vérin en fonction de F , α et β à partir des 3 équations scalaires issues du théorème de la résultante statique.

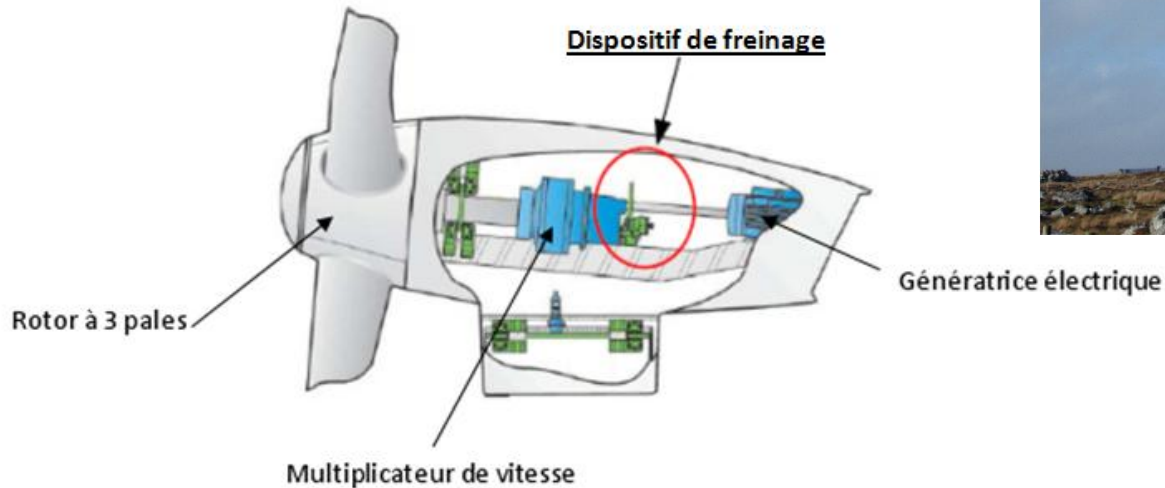
Q.17. On suppose que la masse de la pelle ($M = 36$ Tonnes) est également répartie sur les 4 pieds de stabilisation. Pour une section de piston $S = 2500 \pi \text{ mm}^2$, déterminer la pression p en Pascal, puis en bar dans la chambre du vérin nécessaire pour maintenir le pied de stabilisation à l'équilibre. On rappelle que $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$ et que $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$.

Q.18. Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

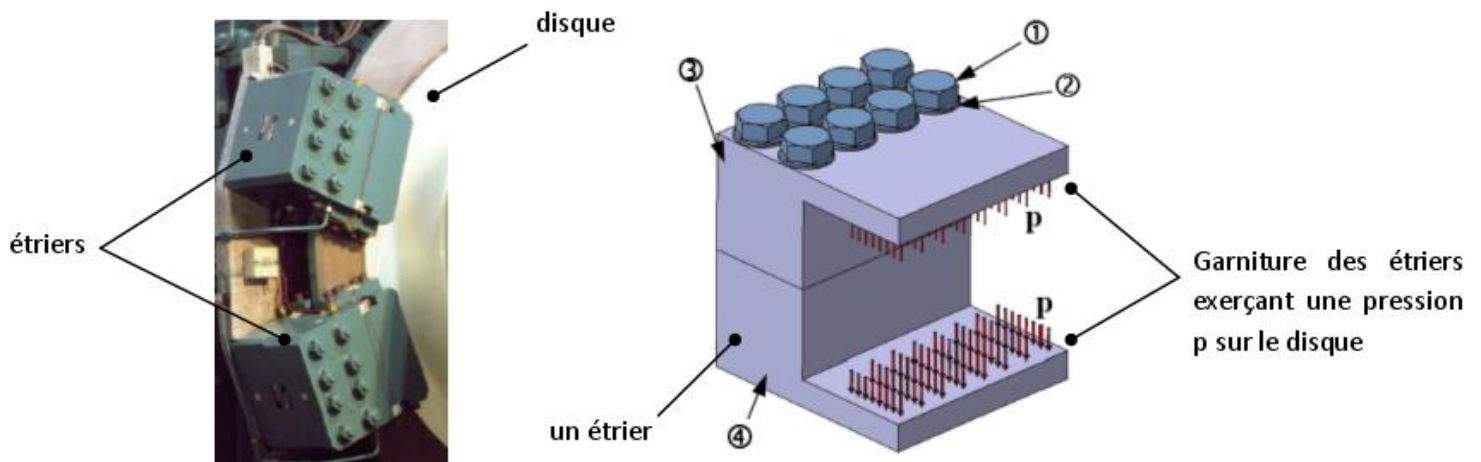
Exercice 3 : FREIN D'URGENCE SUR UNE ÉOLIENNE

On s'intéresse au dispositif de freinage d'urgence installé pour des raisons de sécurité sur certaines éoliennes de grandes puissances.

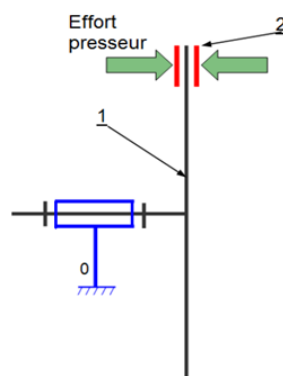
Ce dispositif peut notamment être activé si un corps étranger percute une pale au point de l'endommager et de créer un « balourd » entraînant des efforts indésirables dans les roulements qui guident en rotation le rotor.



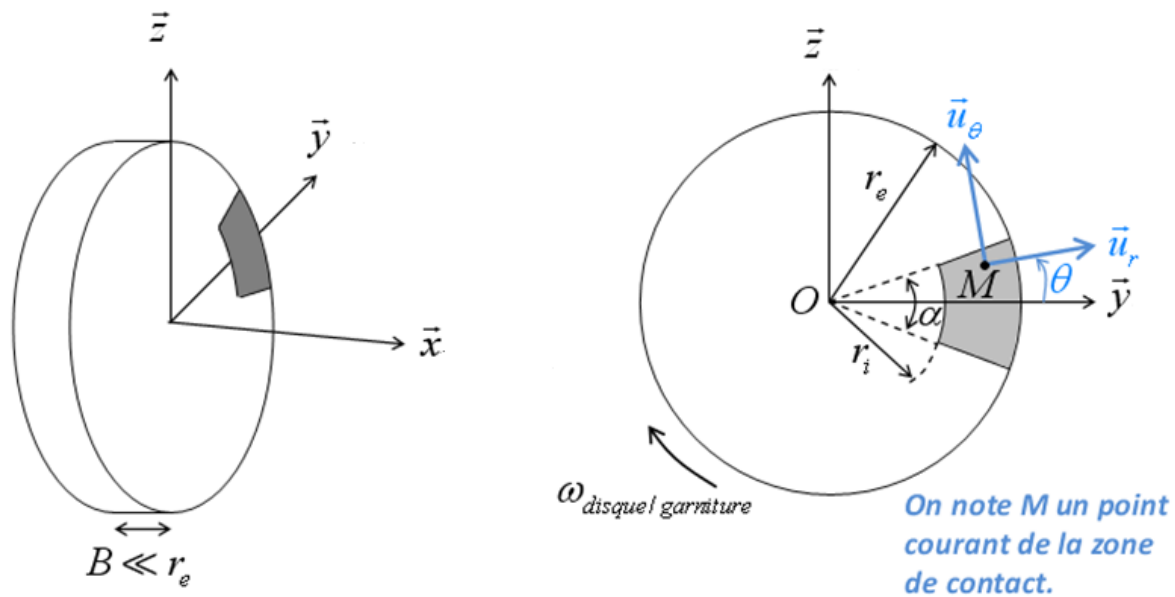
Le dispositif de freinage retenu est un frein à disque composé d'un disque 1 et de deux étriers contenant chacun deux garnitures.



Le freinage est réalisé par pression des garnitures d'usure assurant le serrage de part et d'autre du disque 1 d'épaisseur B .



Chaque étrier supporte deux garnitures (une de chaque côté du disque) pour lesquelles la surface de contact est représentée en gris sur la figure ci-dessous :



L'action de freinage se fait par une pression p uniforme de part et d'autre des étriers sur une surface en forme de portion de couronne de rayons r_i et r_e et d'angle 2α .

On note f le coefficient de frottement entre les garnitures et le disque.

Objectif : Déterminer le couple de freinage.

Le couple (ou moment) de freinage correspond à la valeur de la composante sur l'axe de rotation du moment résultant de l'action mécanique qui est transmise des garnitures au disque pendant une phase de freinage.

Lors du freinage, il y a glissement du disque par rapport aux garnitures dans le sens indiqué sur la figure ci-dessus.

Question 1 : Représenter sur les schémas du disque ci-dessus, la composante élémentaire de pression $dN_{2 \rightarrow 1}(M)$ et la composante élémentaire de frottement $dT_{2 \rightarrow 1}(M)$ en un point M de la surface de contact.

Question 2 : Donner l'expression de l'action mécanique élémentaire $d\vec{F}_{1 \rightarrow 2}(M)$ en fonction de p , f et ds .

Question 3 : Déterminer l'expression du moment résultant de l'action mécanique d'une garniture 2 sur le disque 1 au point O .

Question 4 : En déduire le couple total de freinage avec les deux étriers en fonction de α , p , f , r_i et r_e .