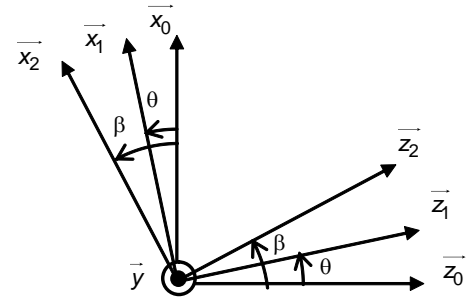
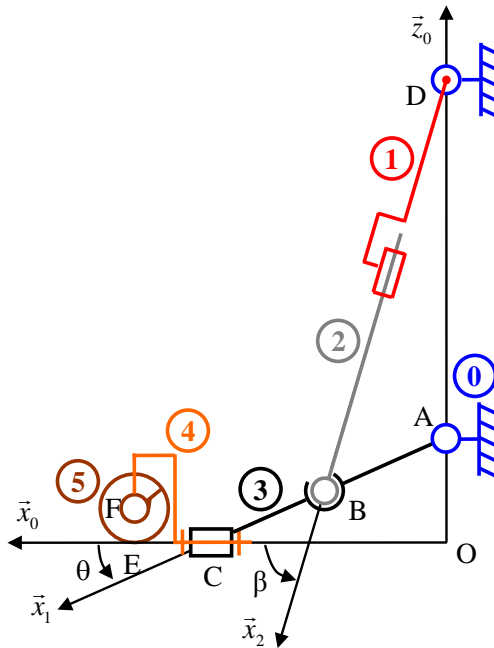


Corrigé Exercice 1 : MACHINE À DRAPER

Q.1.



Q.2. On est dans le cas d'un problème plan :

$$\{T_{0 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} X_{0 \rightarrow 1} & - \\ & 0 \\ Z_{0 \rightarrow 1} & - \end{Bmatrix}_{(B2)} \quad \{T_{0 \rightarrow 3}\} = \begin{Bmatrix} X_{0 \rightarrow 3} & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_{0 \rightarrow 3} & 0 \end{Bmatrix}_{(B0)} \quad \{T_{0 \rightarrow 5}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_{0 \rightarrow 5} & 0 \end{Bmatrix}_{(B0)} \quad \forall P \in (E, \vec{z}_0) \quad \{T_{2 \rightarrow 3}\} = \begin{Bmatrix} X_{2 \rightarrow 3} & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_{2 \rightarrow 3} & 0 \end{Bmatrix}_{(B2)}$$

Q.3. On isole {1+2}, on effectue le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (B.A.M.E.) et on applique le Principe Fondamental de la Statique (P.F.S.) au point B.

$$\{T_{3 \rightarrow 2}\} = \begin{Bmatrix} -X_{2 \rightarrow 3} & 0 \\ 0 & 0 \\ -Z_{2 \rightarrow 3} & 0 \end{Bmatrix}_{(B2)} \quad \text{et} \quad \{T_{0 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} X_{0 \rightarrow 1} & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_{0 \rightarrow 1} & 0 \end{Bmatrix}_{(B2)}$$

$$X_{0 \rightarrow 1} - X_{2 \rightarrow 3} = 0 \quad (1)$$

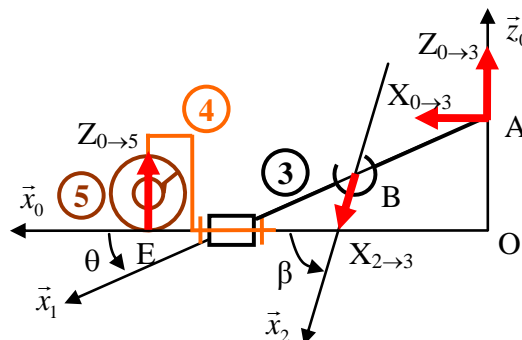
$$Z_{0 \rightarrow 1} - Z_{2 \rightarrow 3} = 0 \quad (2)$$

$$b Z_{0 \rightarrow 1} = 0 \text{ (bras de levier)} \quad (3)$$

$$(2) + (3) \rightarrow Z_{0 \rightarrow 1} = Z_{3 \rightarrow 2} = 0 \text{ (Normal c'est un ensemble soumis à 2 forces)}$$

Q.4. On isole {3+4+5}, on effectue le B.A.M.E. et on applique le P.F.S. au point A.

$$\{T_{0 \rightarrow 3}\} = \begin{Bmatrix} X_{0 \rightarrow 3} & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_{0 \rightarrow 3} & 0 \end{Bmatrix}_{(B0)} \quad \{T_{2 \rightarrow 3}\} = \begin{Bmatrix} X_{2 \rightarrow 3} & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_{2 \rightarrow 3} & 0 \end{Bmatrix}_{(B2)} \quad \{T_{0 \rightarrow 5}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_{0 \rightarrow 5} & 0 \end{Bmatrix}_{(B0)} \quad \forall P \in (E, \vec{z}_0)$$



$$X_{0 \rightarrow 3} + X_{2 \rightarrow 3} \cdot \cos \beta = 0 \quad (4)$$

$$Z_{0 \rightarrow 3} + Z_{0 \rightarrow 5} - X_{2 \rightarrow 3} \cdot \sin \beta = 0 \quad (5)$$

$$\overrightarrow{M_{A,0 \rightarrow 3}} + \overrightarrow{M_{A,2 \rightarrow 3}} + \overrightarrow{M_{A,0 \rightarrow 5}} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{M_{B,2 \rightarrow 3}} + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{R_{2 \rightarrow 3}} + \overrightarrow{M_{E,0 \rightarrow 5}} + \overrightarrow{AE} \wedge \overrightarrow{R_{0 \rightarrow 5}} = \vec{0}$$

$$\frac{L}{2} \cdot \vec{x}_1 \wedge X_{2 \rightarrow 3} \cdot \vec{x}_2 + (L \cdot \vec{x}_1 + a \cdot \vec{x}_0) \wedge Z_{0 \rightarrow 5} \cdot \vec{z}_0 = \vec{0}$$

$$\frac{L}{2} \cdot X_{2 \rightarrow 3} \cdot \sin(\beta - \theta) - L \cdot Z_{0 \rightarrow 5} \cdot \sin(\theta + \frac{\pi}{2}) - a \cdot Z_{0 \rightarrow 5} = 0$$

$$\frac{L}{2} \cdot X_{2 \rightarrow 3} \cdot \sin(\beta - \theta) - L \cdot Z_{0 \rightarrow 5} \cdot \cos \theta - a \cdot Z_{0 \rightarrow 5} = 0 \quad (6)$$

$$\text{Q.5. (6)} \rightarrow Z_{0 \rightarrow 5} \cdot (L \cdot \cos \theta + a) = X_{2 \rightarrow 3} \cdot \frac{L}{2} \cdot \sin(\beta - \theta) \quad (7)$$

Q.6. En appliquant le théorème de la résultante statique sur 2 suivant l'axe du piston (BD) : $\sum \overrightarrow{R_{i \rightarrow 2}} = \vec{0}$, pour se débarrasser de $\overrightarrow{AM_{1 \rightarrow 2}}$:

$$\overrightarrow{R_{3 \rightarrow 2}} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{R_{air \rightarrow 2}} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{R_{1 \rightarrow 2}} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$$

$$\overrightarrow{R_{3 \rightarrow 2}} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{R_{air \rightarrow 2}} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$$

Or $\overrightarrow{R_{3 \rightarrow 2}}$ et $\overrightarrow{R_{air \rightarrow 2}}$ sont suivant (BD).

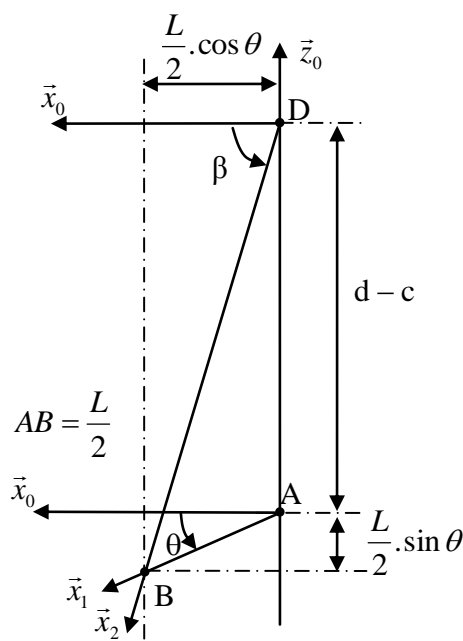
$$\text{Donc } \|\overrightarrow{R_{3 \rightarrow 2}}\| = \|\overrightarrow{R_{air \rightarrow 2}}\| \quad \text{avec} \quad \|\overrightarrow{R_{air \rightarrow 2}}\| = p \cdot S$$

$$\text{Donc (7)} \rightarrow \|\overrightarrow{R_{air \rightarrow 2}}\| = \frac{(a + L \cdot \cos \theta) \cdot |Z_{0 \rightarrow 5}|}{\frac{L}{2} \cdot \sin(\beta - \theta)}$$

Or Z_{05} correspond à l'effort presseur F

$$\text{Donc } \|\overrightarrow{R_{air \rightarrow 2}}\| = \frac{(a + L \cdot \cos \theta) \cdot F}{\frac{L}{2} \cdot \sin(\beta - \theta)} \quad (8)$$

Q.7.



Graphiquement on obtient :

$$\tan \beta = \frac{d - c + \frac{L}{2} \cdot \sin \theta}{\frac{L}{2} \cdot \cos \theta} \quad (9)$$

Remarque : On peut aussi utiliser la technique de la fermeture géométrique.

Q.8. A.N. :

$$(9) \rightarrow \beta = \arctan \left(\frac{675 - 150 + \frac{400}{2} \cdot \sin 22}{\frac{400}{2} \cdot \cos 22} \right) = 73^\circ$$

$$(8) \rightarrow \|\overrightarrow{R_{air \rightarrow 2}}\| = \frac{(35 + 400 \cdot \cos 20) \cdot 100}{\frac{400}{2} \cdot \sin(73 - 22)} = 280 \text{ N}$$

$$\text{Q.9. } p = \frac{\|\overrightarrow{R_{air \rightarrow 2}}\|}{S} = \frac{280}{300} = 0,93 \text{ MPa} \rightarrow p = 9,3 \text{ bar} < 10 \text{ bar} \rightarrow \text{C.d.C.F. ok.}$$

$$\text{Q.10. } \rightarrow 10 \text{ bar} = 1 \text{ MPa} \rightarrow \|\overrightarrow{R_{2 \rightarrow 3}}\| = p \cdot S = 1 \times 300 = 300 \text{ N}$$

Q.11. Liaison 0/5 : liaison sphère-plan de point de contact E et de normale $\vec{z}_0 \rightarrow$ La direction de $\overrightarrow{R_{0 \rightarrow 5}}$ est une droite verticale passant par E.

Q.12. On isole l'ensemble $\{3+4+5\}$ et on effectue le B.A.M.E. : système soumis à 3 AM modélisables par des torseurs glisseurs alors les résultantes des 3 glisseurs sont coplanaires, concourantes en J et de somme vectorielle nulle.

Q.13. Graphiquement on a $\|\overrightarrow{R_{0 \rightarrow 5}}\| = 2 \text{ cm}$ soit $\|\overrightarrow{R_{0 \rightarrow 5}}\| = 100 \text{ N} \rightarrow \text{C.d.C.F. ok.}$

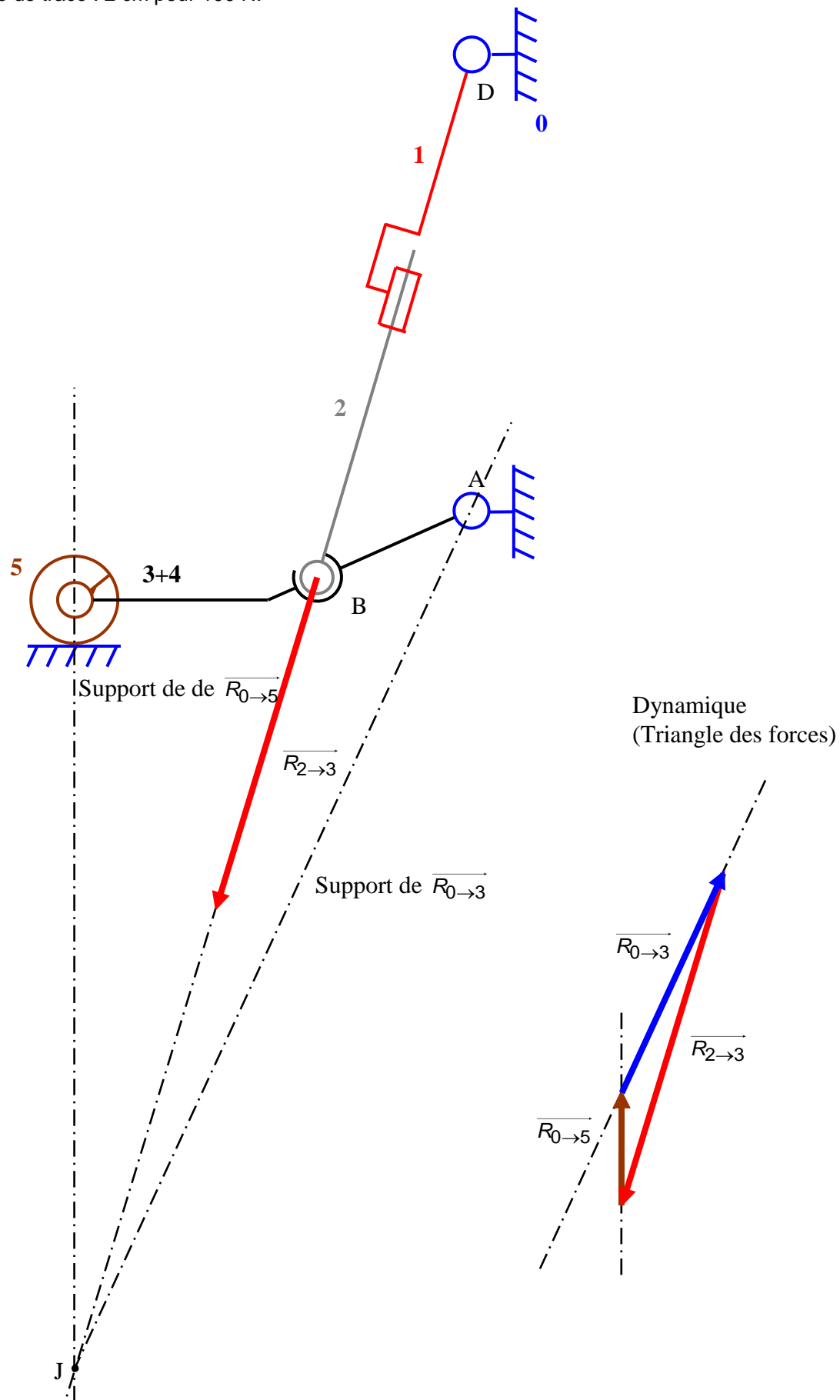
Dimensionnement de la liaison L45.

$$\text{Q.14. } p_0 = \frac{Z_{5 \rightarrow 4}}{S} = \frac{Z_{5 \rightarrow 4}}{\pi \cdot r_0 \cdot L_0}$$

$$\text{Q.15. A.N. : } p_0 = \frac{100}{\pi \cdot 8 \times 20} = 0,20 \text{ MPa} \ll 50 \text{ N/mm}^2 \rightarrow \text{La liaison est correctement dimensionnée.}$$

Document réponse DR1.

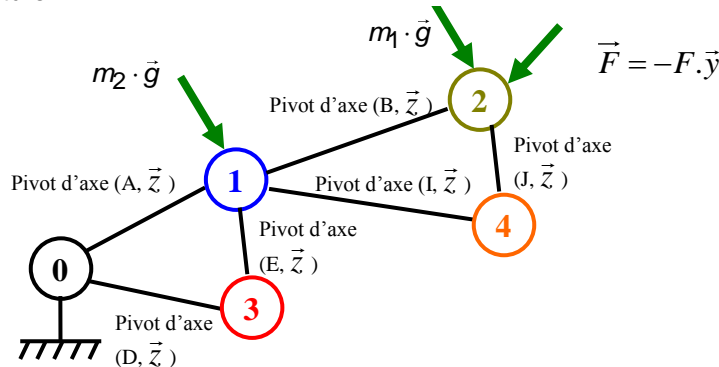
Échelle de tracé : 2 cm pour 100 N.



Corrigé Exercice 2 : ÉTUDE D'UN ENGIN DE CHANTIER

PARTIE 1

Q.1. Graphe de structure.



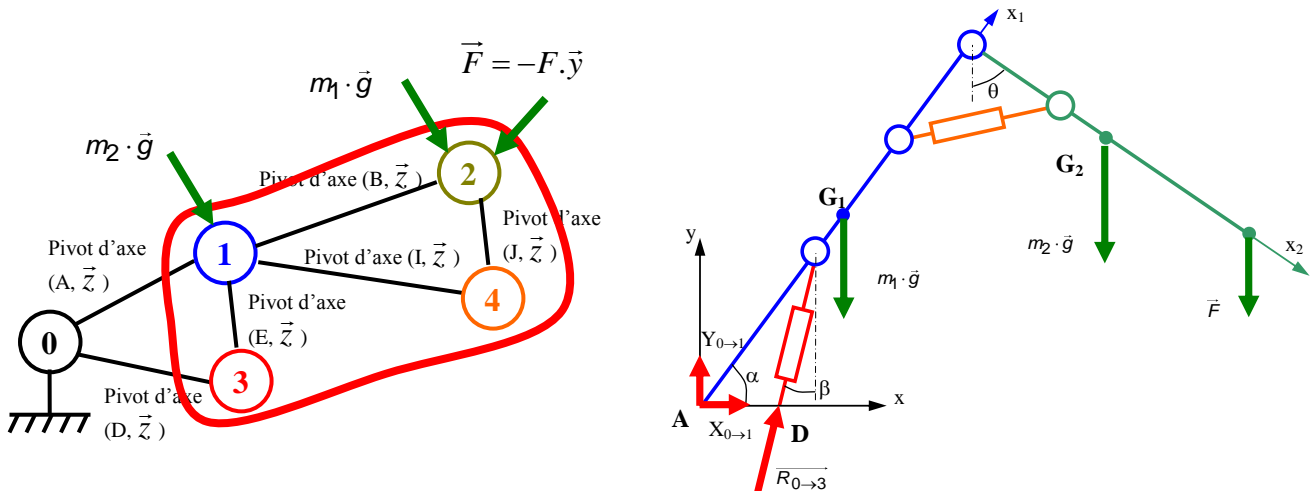
Q.2. On isole le vérin 3 et on effectue le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME) :
AM0→3 et AM1→3.

Q.3. → Solide soumis à 2 AM modélisables par des torseurs glisseurs alors les résultantes des 2 glisseurs sont opposés (même norme, même direction, sens contraire), et ont même droite d'action, passant par les points d'application.

Support de $\overrightarrow{R_{0 \rightarrow 3}}$: droite (DE)

$$\begin{cases} X_{0 \rightarrow 3} = \|\overrightarrow{R_{0 \rightarrow 3}}\| \cdot \sin \beta \\ Y_{0 \rightarrow 3} = \|\overrightarrow{R_{0 \rightarrow 3}}\| \cdot \cos \beta \end{cases} + \text{hypothèse problème plan : } \{T_{0 \rightarrow 3}\} = D \begin{bmatrix} \|\overrightarrow{R_{0 \rightarrow 3}}\| \cdot \sin \beta \\ \|\overrightarrow{R_{0 \rightarrow 3}}\| \cdot \cos \beta \\ 0 \end{bmatrix}_{(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})}$$

Q.4. On isole l'ensemble E=1+2+3+4 et on effectue le BAME.



Cet isolement et l'écriture du PFS en point A permet de déterminer directement $\|\overrightarrow{R_{0 \rightarrow 3}}\|$ en fonction de données connues grâce au théorème du moment statique projeté sur l'axe \bar{z} .

$$d \cdot \|\overrightarrow{R_{0 \rightarrow 3}}\| \cdot \cos \beta - m_1 \cdot g \cdot \frac{l_1}{2} \cdot \cos \alpha - m_2 \cdot g \cdot \left(l_1 \cdot \cos \alpha + \frac{l_2}{2} \cdot \sin \theta \right) - F \cdot (l_1 \cdot \cos \alpha + l_2 \cdot \sin \theta) = 0$$

$$\|\overrightarrow{R_{0 \rightarrow 3}}\| = \frac{m_1 \cdot g \cdot \frac{l_1}{2} \cdot \cos \alpha + m_2 \cdot g \cdot \left(l_1 \cdot \cos \alpha + \frac{l_2}{2} \cdot \sin \theta \right) + F \cdot (l_1 \cdot \cos \alpha + l_2 \cdot \sin \theta)}{d \cdot \cos \beta} \quad (1)$$

$$\text{Q.5. A.N. : } \|\vec{R}_{0 \rightarrow 3}\| = \frac{4000 \times 10 \times \frac{9}{2} \cdot \cos 55 + 150 \times 10 \times \left(9 \cdot \cos 55 + \frac{6}{2} \cdot \sin 55\right) + 10000 \cdot (9 \cdot \cos 55 + 6 \cdot \sin 55)}{1,5 \times \cos 15}$$

$$\|\vec{R}_{0 \rightarrow 3}\| = 219692 \text{ N}$$

$$\text{Q.6. } p_3 = \frac{\|\vec{R}_{0 \rightarrow 3}\|}{S} = \frac{219692}{2500 \cdot \pi} = 28 \text{ N/mm}^2 = 28 \text{ MPa} = 280 \text{ bar}$$

$$\text{Q.7. } p_3 = 280 \text{ bar} < 350 \text{ bar} \rightarrow \text{C.d.C.F. ok}$$

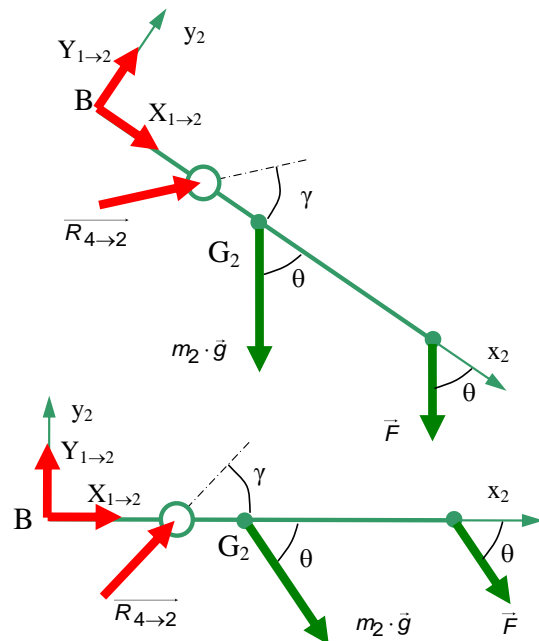
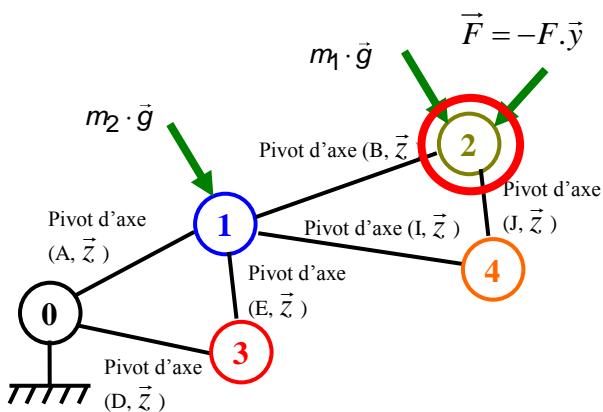
Q.8. On isole le vérin 4 et on effectue le BAME.

Idem que la question 3.

Support de $\vec{R}_{4 \rightarrow 2}$: droite (IJ)

$$\begin{cases} X_{4 \rightarrow 2} = \|\vec{R}_{2 \rightarrow 4}\| \cdot \cos \gamma \\ Y_{4 \rightarrow 2} = \|\vec{R}_{2 \rightarrow 4}\| \cdot \sin \gamma \end{cases} + \text{hypothèse problème plan : } \{T_{4 \rightarrow 2}\} = \begin{matrix} J \begin{bmatrix} \|\vec{R}_{2 \rightarrow 4}\| \cdot \cos \gamma \\ \|\vec{R}_{2 \rightarrow 4}\| \cdot \sin \gamma \\ 0 \end{bmatrix} \\ (x, y, z) \end{matrix}$$

Q.9. On isole le solide 2 et on effectue le BAME.



L'écriture du PFS en point B permet de déterminer directement $\|\vec{R}_{4 \rightarrow 2}\|$ en fonction de données connues grâce au théorème du moment statique projeté sur l'axe \vec{z} .

$$\|\vec{R}_{4 \rightarrow 2}\| \cdot a \cdot \sin \gamma - m_2 \cdot g \cdot \frac{l_2}{2} \cdot \sin \theta - F \cdot l_2 \cdot \sin \theta = 0 \quad (2)$$

$$\text{Q.10. } (2) \rightarrow \|\vec{R}_{4 \rightarrow 2}\| = \frac{m_2 \cdot g \cdot \frac{l_2}{2} \cdot \sin \theta + F \cdot l_2 \cdot \sin \theta}{a \cdot \sin \gamma} \quad (3)$$

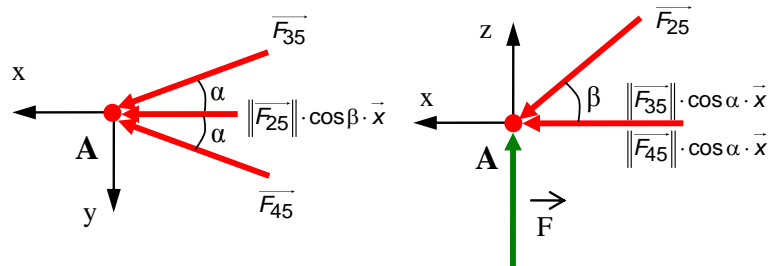
$$\text{Q.11. A.N. : } \|\vec{R}_{4 \rightarrow 2}\| = \frac{1500 \times 10 \times \frac{6}{2} \cdot \sin 55 + 10000 \times 6 \cdot \sin 55}{2 \cdot \sin 45} = 60820 \text{ N}$$

$$\text{Q.12. } p_4 = \frac{\|\vec{R}_{4 \rightarrow 2}\|}{S} = \frac{60820}{2500 \cdot \pi} = 7,7 \text{ N/mm}^2 = 7,7 \text{ MPa} = 77 \text{ bar}$$

Q.13. $p_4 = 77 \text{ bar} < 350 \text{ bar} \rightarrow \text{C.d.C.F. ok.}$

Q.14. On isole le nœud A seul et on effectue le BAME sur ce nœud.

- Action de 2 \rightarrow A : \vec{F}_{25}
- Action de 3 \rightarrow A : \vec{F}_{35}
- Action de 4 \rightarrow A : \vec{F}_{45}
- Action de 5 \rightarrow A : $\vec{F} = F \cdot \vec{z}$



$$\text{Q.15. } \tan \alpha = \frac{400}{1200} \rightarrow \alpha = \arctan \frac{400}{1200} = 18,5^\circ$$

$$\tan \beta = \frac{800}{1200} \rightarrow \beta = \arctan \frac{800}{1200} = 38,5^\circ$$

Q.16. On applique le PFS au nœud A et on projette le théorème de la résultante statique sur les 3 axes.

$$\|\vec{F}_{25}\| \cdot \cos \beta + (\|\vec{F}_{45}\| + \|\vec{F}_{35}\|) \cdot \cos \alpha = 0 \quad (4)$$

$$(-\|\vec{F}_{45}\| + \|\vec{F}_{35}\|) \cdot \sin \alpha = 0 \quad (5)$$

$$F - \|\vec{F}_{25}\| \cdot \sin \beta = 0 \quad (6)$$

$$(5) \rightarrow \|\vec{F}_{45}\| = \|\vec{F}_{35}\|$$

$$(6) \rightarrow \|\vec{F}_{25}\| = \frac{F}{\sin \beta}$$

$$(4) \rightarrow \|\vec{F}_{45}\| = \frac{-F \cdot \cos \beta}{2 \cdot \sin \beta \cdot \cos \alpha} = \frac{-F}{2 \cdot \tan \beta \cdot \cos \alpha}$$

$$\text{Q.17. } F = \frac{M \cdot g}{4} = \frac{36000 \times 10}{4} = 90000 \text{ N}$$

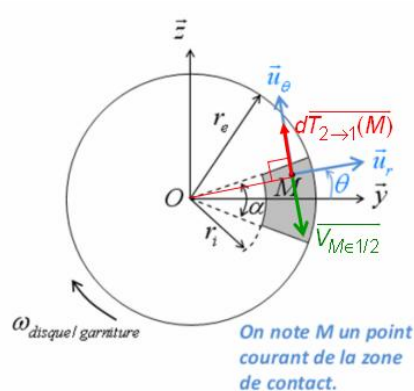
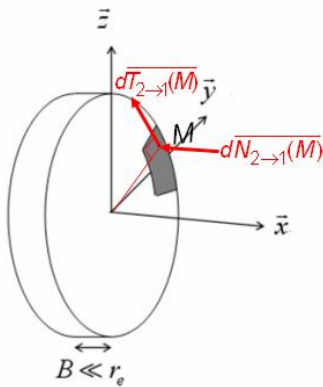
A.N. :

$$\|\vec{F}_{25}\| = \frac{F}{\sin \beta} = \frac{90000}{\sin 38,5} = 144575 \text{ N} \rightarrow p = \frac{\|\vec{F}_{25}\|}{S} = \frac{144575}{2500 \cdot \pi} = 18,4 \text{ N/mm}^2 = 18,4 \text{ MPa} = 184 \text{ bar}$$

Q.5. $p = 184 \text{ bar} < 350 \text{ bar} \rightarrow \text{C.d.C.F. ok.}$

Corrigé Exercice 3 : FREIN D'URGENCE SUR UNE ÉOLIENNE

Q.1.



Q.2.

$$d\vec{F}_{2 \rightarrow 1}(M) = d\vec{N}_{2 \rightarrow 1}(M) + d\vec{T}_{2 \rightarrow 1}(M)$$

On est en phase de glissement (donc frottement), on a donc :

$$\|d\vec{T}_{2 \rightarrow 1}(M)\| = f \cdot \|d\vec{N}_{2 \rightarrow 1}(M)\| \quad \text{avec}$$

$$\|d\vec{N}_{2 \rightarrow 1}(M)\| = p \cdot ds$$

D'où :

$$d\vec{F}_{2 \rightarrow 1}(M) = -p \cdot ds \cdot \vec{x} + f \cdot p \cdot ds \cdot \vec{u}_\theta$$

Q.3.

$$\left\{ \begin{matrix} \vec{T}_{2 \rightarrow 1} \\ \vec{M}_{O, 2 \rightarrow 1} \end{matrix} \right\}_O = \left\{ \begin{matrix} \vec{R}_{2 \rightarrow 1} \\ \vec{M}_{O, 2 \rightarrow 1} \end{matrix} \right\}_O = \left\{ \begin{matrix} \int_S d\vec{F}_{2 \rightarrow 1}(P) \\ \int_S \vec{OM} \wedge d\vec{F}_{2 \rightarrow 1}(M) \end{matrix} \right\}_O$$

$$\begin{aligned} \vec{M}_{O, 2 \rightarrow 1} &= \int_S \vec{OM} \wedge d\vec{F}_{2 \rightarrow 1}(M) \\ &= \int_S r \cdot \vec{u}_r \wedge (-p \cdot ds \cdot \vec{x} + f \cdot p \cdot ds \cdot \vec{u}_\theta) \\ &= \int_S (r \cdot p \cdot ds \cdot \vec{u}_\theta + r \cdot f \cdot p \cdot ds \cdot \vec{x}) \\ &= \int_S (r^2 \cdot p \cdot d\theta \cdot dr \cdot \vec{u}_\theta + f \cdot p \cdot r^2 \cdot d\theta \cdot dr \cdot \vec{x}) \end{aligned}$$

L'axe $\vec{u}_\theta = \cos \theta \cdot \vec{z} - \sin \theta \cdot \vec{y}$ « varie » avec θ , il faut donc l'intégrer.

$$\begin{aligned} \vec{M}_{O, 2 \rightarrow 1} &= p \cdot \int_{r_i}^{r_e} r^2 \cdot dr \int_{-\alpha}^{\alpha} (\cos \theta \cdot \vec{z} - \sin \theta \cdot \vec{y}) \cdot d\theta + f \cdot p \cdot \vec{x} \cdot \int_{r_i}^{r_e} r^2 \cdot dr \int_{-\alpha}^{\alpha} d\theta \\ &= p \cdot \left[\frac{r^3}{3} \right]_{r_i}^{r_e} \cdot \left([\sin \theta]_{-\alpha}^{\alpha} \cdot \vec{z} - [-\cos \theta]_{-\alpha}^{\alpha} \cdot \vec{y} \right) + f \cdot p \cdot \vec{x} \cdot \left[\frac{r^3}{3} \right]_{r_i}^{r_e} \cdot [\theta]_{-\alpha}^{\alpha} \\ &= p \cdot \left(\frac{r_e^3 - r_i^3}{3} \right) \cdot (2 \cdot \sin \alpha \cdot \vec{z}) + f \cdot p \cdot \vec{x} \cdot \left(\frac{r_e^3 - r_i^3}{3} \right) \cdot 2 \cdot \alpha \\ &= \left[f \cdot p \cdot \left(\frac{r_e^3 - r_i^3}{3} \right) \cdot 2 \cdot \alpha \cdot \vec{x} + p \cdot \left(\frac{r_e^3 - r_i^3}{3} \right) \cdot 2 \cdot \sin \alpha \cdot \vec{z} \right] \end{aligned}$$

Q.4.

Pour une garniture, le couple de freinage correspond à la capacité qu'à l'action mécanique des garnitures sur le disque à l'empêcher de tourner (ici le ralentir) autour de l'axe (O, \vec{x}) .

C'est donc la composante sur \vec{x} du moment résultant $\vec{M}_{O, 2 \rightarrow 1}$ de l'AM de 2 \rightarrow 1.

Mais il ne faut pas oublier qu'il y a deux étriers avec chacun 2 garnitures pour générer le couple total de freinage !

Donc :

$$C_f = \frac{8 \cdot f \cdot p \cdot \alpha (r_e^3 - r_i^3)}{3}$$

